

Publicação Especial

nº 02
1992

*OBSERVAÇÕES E MÉTODOS DE REDUÇÃO ASTROMÉTRICA
DE SATÉLITES DE URANO E NETUNO*

Carlos Henrique Veiga

Tese de Doutorado
Rio de Janeiro, 13 de Fevereiro de 1992

CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO
E TECNOLÓGICO
OBSERVATÓRIO NACIONAL
Departamento de Astronomia

TESE
APRESENTADA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
DOUTOR EM ASTRONOMIA

*OBSERVAÇÕES E MÉTODOS DE REDUÇÃO ASTROMÉTRICA
DE SATÉLITES DE URANO E NETUNO*

por
Carlos Henrique Veiga

Defendida em 13 de Fevereiro de 1992

Perante banca composta por:

Dr. Roberto Vieira Martins	Presidente/Orientador	CNPq/ON
Dr. Nelson Vani Leister		IAG/USP
Dr. Germano Bruno Afonso		DF/UFPR
Dr. Rodney da Silva Gomes		CNPq/ON
Dr. Alexandre Humberto Andrei		CNPq/ON

A minha mãe, por tudo.

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Roberto Vieira Martins pela competência e objetividade com que orientou este trabalho.

Aos Drs. Luiz Bernardo F. Clauzet (in memoriam), Nelson Vani Leister, Paulo Benevides Soares e Ramachrisna Teixeira pelas inestimáveis sugestões e discussões neste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelos subsídios fornecidos a este trabalho.

Ao pessoal do Laboratório Nacional de Astrofísica pelo incentivo ao programa de observação de satélites naturais.

A Marcelo Assafin pelas várias noites de trabalho para readaptar os programas de determinação do centro das imagens.

A Mario Fernandes (Mariozinho) e Jandy Travassos pelo empréstimo do Laptop, no qual foi escrita boa parte desta tese.

A Nádia Rodrigues da Silva pela paciência em corrigir o meu péssimo português.

A Charles Rité pela impressão das imagens que ilustram este trabalho.

A Luzia Penalva pelas dicas do processador de texto.

Ao pessoal do setor de reprografia pela excelente reprodução dos originais deste trabalho.

Aos amigos do DAN, DAGE e DAF, em especial a Roberto Chan, Francisco Xavier e Vladimir Ortega e a todos aqueles que agora me fogem a memória, mas não ao meu coração.

E finalmente ao pequeno Bruno Veiga e Sheila Maria pelo carinho e paciência nas horas difíceis.

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um método de determinação da posição de satélites naturais, utilizando-se o movimento do planeta para determinar o sistema de referência. Este método fornece resultados equivalentes ao classicamente utilizado, porém minimiza sobremaneira o trabalho de obtenção das posições dos satélites. O método proposto foi idealizado não somente para a redução das observações feitas em placas fotográficas, como principalmente para reduzir as observações obtidas em câmaras CCD.

Dada as características das imagens utilizadas neste trabalho, também é apresentado um algoritmo que considera a forma assimétrica para a determinação dos seus centros. Ressalta-se, ainda, o desenvolvimento de todo um procedimento específico de determinação do centro de imagens muito próximas e com magnitudes muito diferentes. Este procedimento visa a eliminação do gradiente de luz provocado pelo objeto de maior magnitude, melhorando a posição do objeto mais fraco.

Finalmente é fornecida a lista de observações dos satélites de Urano e Netuno, dadas em relação ao planeta, e reduzidas com o novo método proposto neste trabalho.

ABSTRACT

In this work a method is presented for the determination of the position of the natural satellites. This method uses the motion of the planet in order to determine the reference system. The process minimizes the work for obtaining the positions of the satellites, and the results are equivalent to the usual solution. The developments can be used for photographic plates as well as for the data from CCD camera observations.

The assymmetric characteristic form of the images leads us to construct special algorithms for the determination of their centers. Also images with close objects having large brightness differences impose severe problems for the determination of centres. To solve this particular case we have developed a specific procedure. Such procedure eliminates the gradient of the light that normally appears around the brighter image. We have shown that this treatment improves the determination of image centre's position.

Finally we present the positions of the satellites of the Uranus and Neptune, obtained using the method proposed in this work.

SUMÁRIO

Página

Introdução	1
------------------	---

CAPÍTULO I

I - Método de Redução	10
I.1 - Determinação das Coordenadas Aparentes dos Satélites de Urano e Netuno ..	10
I.1.1 - Satélites de Urano	11
I.1.2 - Satélite Tritão de Netuno	17
I.2 - Redução das Observações	20
II.2.1 - Método Clássico	20
II.2.2 - Método do Movimento do Planeta (Método Intrínstico)	27
I.3 - Uma Simulação	57

CAPÍTULO II

II - Redução Astrométrica das Imagens	60
II.1 - Os Métodos de Medidas	61
II.2 - A Determinação do Centro das Imagens	62
II.2.1 - O Problema Urano-satélite Miranda	67
II.2.2 - Determinação do Centro das Imagens de Urano e Miranda	70

	Página
II.3 - Discussão dos Resultados	82
II.3.1 - Satélites de Urano	83
II.3.2 - Satélite de Netuno	101

CAPÍTULO III

III - Resultados Finais	107
III.1 - As Observações Fotográficas	107
III.2 - Resultados Finais para os Satélites de Urano	117
III.3 - Resultados Finais para o Satélite Tritão de Netuno	144
IV - Conclusão	150
V - Trabalhos Futuros	151
Anexo I	154
Anexo II	177
Bibliografia	180

CAPÍTULO I

Tabela 1 - Elementos orbitais de Veillet	13
Tabela 2 - Elementos orbitais de Harris e Jacobson	17
Tabela 3 - Comparação dos resultados obtidos com o Método Clássico e o Método do Movimento do Planeta	47
Tabela 4 - Resultados obtidos com a Simulação	58

CAPÍTULO II

Tabela 5 - Características das imagens	62
Tabela 6 - Alguns parâmetros para o processamento das imagens	81
Tabela 7 - Resíduos dos satélites em relação a Urano	85
Tabela 8 - Resíduos dos satélites em relação ao satélite Oberon	86
Tabela 9 - Comparação dos resultados obtidos com as observações feitas no LNA e as obtidas por Walker para os satélites de Urano	88

Tabela 10 - Comparação dos resultados dos satélites de Urano obtidos com o Método Clássico para as medidas feitas no Ascorecord e no Microdensitômetro	89
Tabela 11 - Comparação dos resultados dos satélites de Urano fornecidos com as medidas feitas no Ascorecord e os obtidos com os vários algoritmos de determinação do centro das imagens digitalizadas	91
Tabela 12 - Comparação dos resultados obtidos com as observações feitas no LNA e as obtidas por Walker para o satélite Tritão de Netuno	105

CAPÍTULO III

Tabela 13 - Total de observações dos sistemas de satélites de Urano e Netuno obtidas no Laboratório Nacional de Astrofísica	111
Tabela 14 - Características do satélite Tritão de Netuno	115
Tabela 15 - Características dos cinco satélites externos de Urano	116
Tabela 16 - Resíduos dos satélites de Urano em relação ao planeta	118
Tabela 17 - Resíduos dos satélites de Urano em relação ao satélite Oberon	119

Tabela 18 - Percentual do número de resíduos dos satélites de Urano contidos em 1σ , 2σ e 3σ	130
Tabela 19 - Número de resíduos dos satélites de Urano por quadrante	135
Tabela 20 - Comparação entre os desvios padrão dos resíduos dos satélites de Urano encontrados em Veillet (1983) com os deste trabalho	141
Tabela 21 - Desvios padrão dos resíduos dos satélites de Urano encontrados no trabalho de Veiga (1986)	143
Tabela 22 - Resíduos do satélite Tritão de Netuno	145
Tabela 23 - Percentual do número de resíduos do satélite Tritão contidos em 1σ , 2σ e 3σ	146
Tabela 24 - Número de resíduos do satélite Tritão de Netuno por quadrante	147

CAPÍTULO I

Gráfico 1 - Médias dos resíduos das estrelas do campo	36
Histogr.1 - Número de posições das estrelas do campo	37
Gráfico 2 - Resíduos característicos das posições das estrelas do campo obtidos a partir da superposição entre duas placas	38
Gráfico 3 - Resíduos característicos das posições das estrelas do campo em função da sua distância ao centro da placa	39
Gráfico 4 - Avaliação da qualidade do ajuste para as posições do satélite Oberon de Urano (satélite de referência)	45
Gráfico 5 - Diferença entre os resíduos obtidos com o Método do Movimento do Planeta e o Método Clássico para um subconjunto de placas	49

CAPÍTULO II

Gráfico 6 - Resíduos das posições dos satélites de Urano obtidas com o Ascorecord e o Microdensitômetro	93
--	----

CAPÍTULO III

Gráfico 7 - Resíduos dos satélites de Urano dados em relação ao planeta	121
Gráfico 8 - Resíduos dos satélites de Urano dados em relação ao satélite Oberon	126
Histogr.2 - Distribuição dos resíduos dos satélites de Urano ajustados a uma gaussiana ..	136
Gráfico 9 - Distribuição dos resíduos do satélite Tritão.....	148

CAPÍTULO I

Figura 1 - Ilustração do processo de construção do catálogo secundário	25
Figura 2 - Ilustração do Método do Movimento do Planeta (Método Intrínscico)	29
Figura 3 - Aplicação do Método do Movimento do Planeta às observações de Urano utilizadas neste trabalho	31
Figura 4 - Aplicação do Método do Movimento do Planeta às observações de Netuno utilizadas neste trabalho	33

CAPÍTULO II

Figura 5 - Imagens características do campo das placas de Urano	64
Figura 6 - Varredura da imagem de Urano-satélite Miranda	69
Figura 7 - Eliminação das imagens dos satélites Miranda e Ariel da varredura para a determinação do centro da imagem de Urano	72
Figura 8 - Imagem tridimensional da figura 7 mostrando o gradiente de luz de Urano sobre o satélite Miranda	73

Figura 9 - Perfil do corte transversal da figura 7 na direção Urano-satélite Miranda 74

Figura 10 - Rebatimento da imagem de Urano 76

Figura 11 - Imagem tridimensional da figura 10 mostrando a eliminação
do gradiente de luz de Urano sobre o satélite Miranda 77

Figura 12 - Perfil do corte transversal da figura 10 na direção Urano-satélite Miranda 78

Figura 13 - Imagem do satélite Miranda após o processo de rebatimento da
imagem de Urano 79

Figura 14 - Imagem do sistema Netuno-satélite Tritão 103

Figura 15 - Imagens características do campo das placas de Netuno 104

CAPÍTULO III

Figura 16 - Longitudes observadas dos satélites de Urano 113

Figura 17 - Posições observadas do satélite Tritão de Netuno 114

Figura 18 - Distribuição dos resíduos dos satélites de Urano contidos em 1σ , 2σ e 3σ 131

Figura 19 - Distribuição dos resíduos do satélite Tritão contidos em 1σ e 2σ 149

Urano

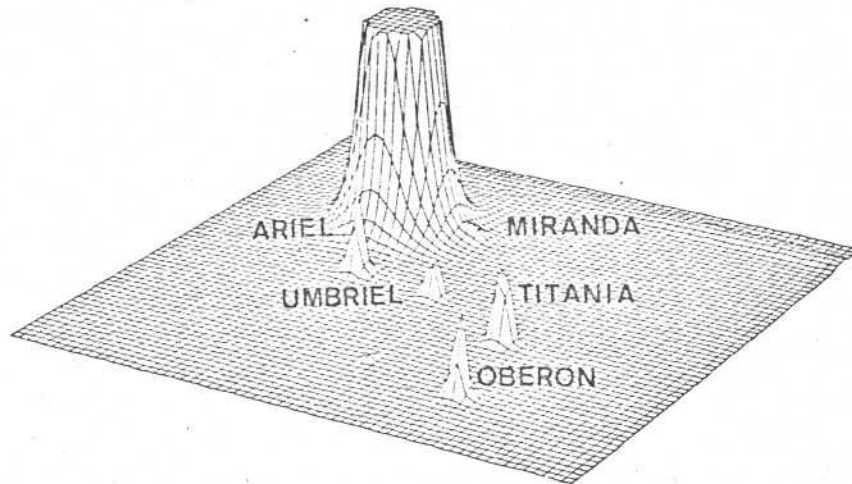


Imagem tridimensional de cinco satélites do sistema de Urano

Netuno

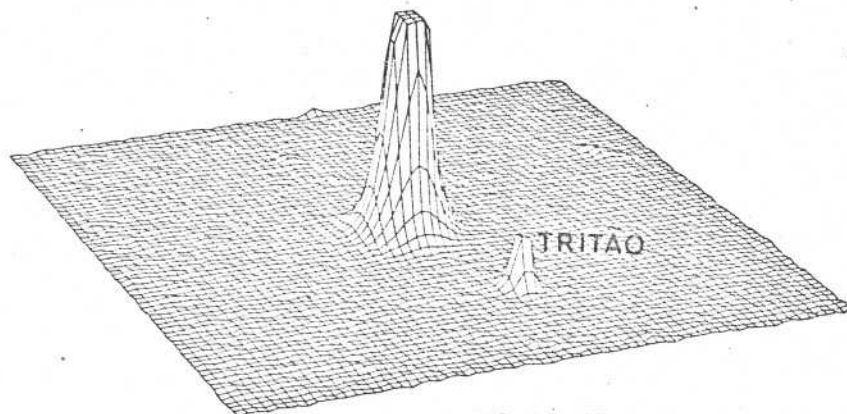


Imagem tridimensional do sistema Netuno-satélite Tritão

Introdução

INTRODUÇÃO

Desde que o astrônomo Inglês Sir William Herschel descobriu acidentalmente o planeta Urano, no dia 13 de março de 1781, quando observava uma estrela da constelação de Gemini em um pequeno telescópio refletor de 17,5 centímetros de abertura, as observações deste planeta foram feitas regularmente o que possibilitou, mais tarde, a descoberta do planeta Netuno.

Logo após a descoberta de Urano, nome dado por Bode no mesmo ano, Herschel descobre os dois satélites mais brilhantes do planeta, Oberon e Titania. Em 1851, o inglês William Lassell, um famoso astrônomo amador, descobre Ariel e Umbriel.

Passado quase um século desde a descoberta dos dois últimos satélites, G. P. Kuiper em 1948, no McDonald Observatory, descobre uma nova lua de Urano que a denominou de Miranda, cujo nome é um dos personagens da peça "A Tempestade", de William Shakespeare (Alexander, 1965).

O astrônomo alemão Friedrich Wilhelm Bessel fez um exame minucioso das observações de Urano, de onde concluiu existir uma discrepância entre as posições calculadas e as posições observadas. Tal discrepância, afirmava ele, era devida a uma causa física sugerindo a possibilidade da existência de um novo planeta além de Urano, invisível a olho nú, mas que pela sua atração sobre Urano estava causando tal efeito (Spencer Jones, 1934).

Em 1846, ano da morte de Bessel, o astrônomo francês Urbain J. J. Le Verrier e o astrônomo inglês John Couch Adams adotam a sugestão feita por Bessel e recalculam a posição do planeta hipotético. A partir desses cálculos eles determinam precisamente o lugar no céu, para um dado instante, onde deveria estar o corpo causador de tal perturbação. Le Verrier neste mesmo ano descobre o que acreditava ser um dos últimos planetas do sistema solar, Netuno.

Um mês após a descoberta de Netuno, Lassell observa um objeto fraco, a uma distância do planeta de aproximadamente $13''{,}3$, com um período de revolução da ordem de 6 dias. Sem dúvida, era um satélite, Tritão. Kuiper descobre em 1949 o segundo satélite de Netuno, chamado Nereida, bem mais fraco que Tritão, a uma distância média de Netuno de $2' 30''$, e com um período de revolução de aproximadamente 360 dias (Baker, 1949).

Os telescópios utilizados nas épocas dos descobrimentos dos planetas Urano e Netuno forneciam a medida do diâmetro angular dos planetas, assim como a distância e o ângulo de posição dos satélites em relação ao planeta, a partir de um micrômetro.

Em 1850, surge uma nova técnica de observação em placas fotográficas que teria como vantagem, sobre as observações com micrômetros, a possibilidade de atingir magnitudes estelares bem menores. Além disso, as observações ficariam registradas de forma definitiva, o que seria extremamente importante para o estudo do movimento próprio das estrelas, pela comparação de placas com mesmo campo obtidas em épocas diferentes.

As posições determinadas fotograficamente tiveram seu grande avanço em 1880. Em torno deste ano, a astrofotografia foi bastante desenvolvida, em particular os experimentos dos irmãos Henry de Paris encorajaram a comunidade astronômica ao estabelecimento de um catálogo de posições de todas as estrelas abaixo de magnitude 11. Este catálogo teria um erro médio quadrático de 0,"3, aproximadamente igual às boas observações meridianas da época. Este gigantesco empreendimento ficou conhecido como Catálogo Astrográfico, do qual participaram 20 observatórios nas campanhas de observação até o final de 1963 (Eichhorn, 1974).

Uma das grandes contribuições da aplicação da técnica da observação em placas fotográficas foi a descoberta de Plutão em janeiro de 1930 no Flagstaff Observatory, por Clyde Tombaugh. O pequeno planeta foi descoberto comparando-se duas placas fotográficas, feitas com um intervalo de poucos dias.

Neste mesmo ano, é apresentado pelo Dr. B. Schmidt um telescópio que tinha por característica observar em placas fotográficas grandes áreas do céu, de forma que se pudesse fazer mapeamentos com relativa rapidez. Este telescópio, conhecido como Câmara Schmidt, tem um campo de 5° por 5° sendo usado até os nossos dias para fazer este trabalho (Skilling, 1941).

As observações em placas fotográficas tomaram definitivamente um forte impulso no início deste século, para as observações não só dos planetas e seus satélites como também de aglomerados de estrelas, galáxias, dentre outros, visando estudos em astrofísica.

Os sistemas de satélites de Urano e Netuno continuaram a ser observados, porém de forma descontínua, mesmo após a descoberta de Miranda e Nereida em meados deste século. Foi então que, em 1977, Christian Veillet retomou as observações do sistema de satélites de Urano de forma sistemática no Pic-du-Midi e no L'Observatoire de Haute-Provence. Estas observações foram publicadas em Veillet (1979) que estendeu estas campanhas de observação ao ESO (European Southern Observatory) e CFH (Canada-France-Hawaii), até 1984, incluindo no programa as observações dos sistemas de Saturno e Netuno.

Paralelamente às observações de Veillet e motivados pelo seu trabalho, foi iniciado, em 1982, o mesmo programa de observação desses sistemas no Hemisfério Sul. A implantação deste programa era bastante oportuna, uma vez que estando os planetas em declinação sul (-23°) e sendo a nossa latitude ($\phi = -22^{\circ} 32' 4''.01$) permitiria que na época de oposição desses planetas as observações fossem feitas próximas ao zênite. Além disso, o telescópio de 1.6 metros do Laboratório Nacional de Astrofísica (LNA/CNPq) era adequado para a observação desses sistemas de satélites, não somente pela sua abertura como também pela sua distância focal (escala de $13''/\text{mm}$).

Este programa teve uma motivação maior pois, em fins de 1985, a sonda espacial Voyager 2 passou pelo sistema de Urano descobrindo 10 novos satélites e mais 2 anéis, dos nove já conhecidos. Em meados de 1989, a mesma sonda passou pelo sistema de Netuno descobrindo 6 novos satélites e 5 anéis, despertando interesse para esses dois sistemas.

Todo o esforço em observar sistematicamente esses sistemas, procurando sempre utilizar novas técnicas de observação e redução, tem como preocupação a importância de se estabelecer as posições dos satélites com a melhor precisão possível. Portanto, o objeto de estudo deste trabalho refere-se a melhoria da posição de satélites naturais do sistema solar, em particular os de Urano e Netuno, cujas observações foram tomadas para avaliar os métodos aqui desenvolvidos.

Com base no referido objeto de estudo, tem-se como objetivo fornecer dados precisos de maneira que eles também possam ser ajustados às teorias mais elaboradas, contribuindo para a melhoria das efemérides desses satélites.

A posição precisa dos satélites está diretamente ligada a dois fatores: o primeiro é a utilização de um sistema de medidas da posição do centro das imagens, o qual possa fornecê-la com uma boa precisão, e o segundo, é um método de redução que determine posições precisas dos satélites em relação a um dado referencial.

As medidas de imagens estelares sobre placas fotográficas são feitas em geral, utilizando-se instrumentos de medidas visuais como por exemplo: o coordenatógrafo Ascorecord/Zeiss. Tais instrumentos, construídos especificamente para trabalhos em astrometria, ou seja, para medir grande quantidade de objetos sobre a placa, têm como característica principal a rapidez na obtenção destes dados.

Neste trabalho, além de se ter medido a maior parte das placas no Ascorecord (Veiga, 1986), adotou-se alguns conjuntos de placas, para serem medidas no Microdensitômetro, de forma que se pudesse fazer uma comparação dos resultados obtidos com os dois instrumentos.

O Microdensitômetro/PDS (Photometric Densitometer System), ao contrário do Ascorecord, não é um instrumento de características astrométricas, pois foi desenvolvido para executar trabalhos que se destinam a aquisição de dados para fotometria superficial. Porém, com a utilização de algoritmos de determinação do centro das imagens digitalizadas, seria a oportunidade para se melhorar as posições dos satélites.

Como foi mencionado, o segundo fator para se determinar com precisão as posições dos satélites é a utilização de um método eficiente de redução dessas posições. O método mais usado é o que utiliza um número suficiente de estrelas, cujas posições sejam conhecidas num sistema de referência usual e no campo das placas de forma que se possa fazer um ajuste polinomial determinando portanto seus coeficientes (constantes da placa), via mínimos quadrados. A partir desses coeficientes as coordenadas dos satélites podem ser determinadas em relação a um referencial, por exemplo, equatorial.

Como o campo das placas obtidas em telescópios de longo foco são pequenos, praticamente inexistem estrelas de catálogo em número suficiente para a aplicação direta do método acima descrito. Contorna-se este problema com o estabelecimento de um catálogo secundário. Contudo, além desta técnica ser um processo demorado ela introduz alguns erros inerentes as estrelas, como veremos ao longo deste trabalho.

Com o surgimento, nos últimos anos, das câmaras CCD (Charge Coupled Device) a utilidade das placas fotográficas diminuiu consideravelmente. As observações com estas câmaras são obtidas com maior rapidez, haja visto que o tempo de integração de uma imagem CCD, no caso dos sistemas de satélites tratados aqui, é da ordem de 50 vezes menor que o tempo de exposição de uma placa fotográfica. Porém, o campo do CCD é muito menor que o das placas, o que dificulta ainda mais a utilização de métodos clássicos para a redução das posições dos satélites.

O método de redução das posições dos satélites, proposto neste trabalho, surgiu exatamente da necessidade de se evitar os procedimentos clássicos descritos acima, porém sem que houvesse perda da precisão da posição. Este método, que é analisado aqui para placas fotográficas, se aplica diretamente as observações com a câmara CCD.

O método consiste em substituir as posições das estrelas de catálogo, por um conjunto de posições do planeta, ou de um outro satélite qualquer, tomado como referência. De posse dessas coordenadas, e de suas posições medidas sobre a placa, adota-se o procedimento de ajuste, citado anteriormente, determinando-se os parâmetros que transformem as posições medidas dos satélites sobre a placa, em coordenadas celestes. O método aqui descrito fornece resultados equivalentes aos obtidos com o método clássico, com a vantagem de se obter os resultados com maior rapidez.

O trabalho se divide basicamente em três capítulos, onde no primeiro é descrito o método usual de redução das posições dos satélites sobre as placas fotográficas e o desenvolvido neste trabalho. O segundo capítulo apresenta os vários algoritmos de determinação de centro de imagens digitalizadas, tradicionalmente usados, sendo seus resultados comparados com os obtidos com os algoritmos aplicados às imagens deste trabalho. Compara-se também estes resultados com os obtidos com as medidas visuais. Sobre este capítulo ressalta-se o procedimento de determinação do centro das imagens de objetos muito próximos e com magnitudes muito diferentes.

O último capítulo apresenta a discussão dos resultados finais obtidos para os sistemas de satélites de Urano e Netuno. Nos dois anexos são fornecidas as listas de posições observadas dos satélites desses sistemas, reduzidas com o método proposto neste trabalho.

Capítulo I

I - MÉTODO DE REDUÇÃO

Neste capítulo descreve-se o método utilizado para o cálculo das coordenadas aparentes dos cinco satélites externos de Urano e do satélite Tritão de Netuno bem como os métodos de determinação das posições observadas destes satélites. O objetivo é o de apresentar um novo método de redução das posições dos satélites, que utiliza o movimento do planeta, para determinar o sistema de referência. Este método original foi testado exhaustivamente, a partir de observações obtidas dos dois sistemas de satélites, sendo os seus resultados comparados com os obtidos pelo método classicamente utilizado.

I.1 - Determinação das Coordenadas Aparentes dos Sistemas de Satélites de Urano e Netuno

A partir das efemérides do Bureau des Longitudes (Connaissance des Temps, 1984), obtidas da teoria VSOP82 (Bretagnon, 1982), determinou-se as coordenadas equatoriais geocêntricas (ascensão reta e declinação) de Urano e Netuno, bem como suas distâncias geocêntricas, em unidade astronômica. Estes parâmetros foram interpolados para o instante da observação com a aplicação das fórmulas de Bessel (Brower & Clemence, 1961), expandidas até a segunda ordem.

Foi feita uma comparação entre as coordenadas dos planetas obtidas com as efemérides do BDL e as fornecidas pela teoria DE200 (Standish, 1990), concluindo-se que apesar de haver erros sistemáticos entre os dois sistemas de referência adotados (FK4 e FK5), as diferenças são muito pequenas, portanto ambas as teorias podem ser utilizadas independentemente para o estudo do sistema de satélites de Urano e Netuno.

As coordenadas dos planetas foram determinadas para a data da observação, porém referidas ao equador médio e equinócio 1950,0 (Data Juliana= 2433282,0).

A posição teórica de um satélite é calculada a partir de seus elementos elípticos, para o instante da observação. Estes elementos são obtidos a partir do ajuste das observações às teorias dinâmicas dos satélites.

I.1.1 - Satélites de Urano

Utilizou-se a teoria geral dos satélites de Urano - GUST86 (Laskar, 1986) para determinar as posições teóricas dos cinco satélites externos. Os parâmetros desta teoria foram ajustados por Laskar e Jacobson (1987) a partir das observações feitas entre 1911 e 1986, incluindo os dados obtidos pela missão da sonda Voyager 2 (Smith et al, 1986).

Afim de comparar os resultados obtidos com as observações realizadas no Laboratório Nacional de Astrofísica - LNA/CNPq, foi utilizada também neste trabalho, a teoria fornecida por Veillet (1983), que a ajustou às observações fotográficas feitas desde o século passado até as obtidas em 1982. Para se ter uma idéia dos valores médios dos elementos orbitais dos satélites de Urano, apresenta-se na tabela 1 os elementos utilizados por Veillet, sendo adotada a seguinte notação:

- P - Período
- u_0 - Longitude média em t_0
- e - Excentricidade
- ϖ_0 - Longitude do pericentro em t_0
- $\dot{\varpi}$ - Movimento de precessão do pericentro
- N - Longitude (ascensão reta) do nodo do plano de referência sobre o equador médio em t_0
- J - Inclinação do plano de referência em relação ao equador médio em t_0
- i - Inclinação do plano da órbita em relação ao plano de referência
- Ω_0 - Longitude do nodo ascendente da órbita sobre o plano de referência em t_0
- $\dot{\Omega}$ - Movimento de precessão do nodo ascendente
- a - Semi-eixo maior da órbita

Tabela 1 - Elementos orbitais de Veillet (1983)

Parâmetros	Miranda	Ariel	Umbriel	Titania	Obciron
P (dias)	1.41347925	2.52037935	4.1441772	8.7058717	13.4632389
u_0 (°)	113.11	155.884	285.170	0.877	169.606
e	0.0027	0.0034	0.0050	0.0022	0.0008
$\bar{\omega}_0$ (°)	111	120	193	147	212
$\dot{\bar{\omega}}$ (°/dia)	0.0541	0.0185	0.0098	0.0055	0.0039
N (°)	166.751	166.751	166.751	166.751	166.799
J (°)	74.934	74.934	74.934	74.934	74.956
i (°)	4.22	0.31	0.36	0.142	0.101
Ω_0 (°)	21	263	279	311	234
$\dot{\Omega}$ (°/dia)	-0.0541	-0.0185	-0.0098	-0.0055	-0.0039
a(10 ⁻⁵ u.a)	86.49	127.69	178.01	291.39	390.06

O cálculo da posição aparente de um satélite de Urano tem como primeiro passo corrigir a aberração planetária do instante da observação.

$$t = t_1 - \tau D$$

onde: t_1 é o instante da observação

τ é o tempo que a luz percorre uma unidade astronômica

$$(\tau = 0,^h13849)$$

D é a distância geocêntrica de Urano em unidades astronômicas

Em seguida determina-se a longitude (u) do satélite na órbita, contada a partir da intersecção do plano de referência com o equador médio de 1950,0, e sua distância aparente (r) de Urano. Para os valores das excentricidades consideradas, tem-se:

$$u = u_0 + nT + 2e \sin L + \frac{5}{4} e^2 \sin 2L$$

$$r = a \left[1 + \frac{1}{2} e^2 (1 - \cos 2L) - e \cos L \right]$$

onde: n - movimento médio do satélite ($n = 360^\circ/P$)

T - intervalo de tempo contado a partir de 1950,0

$$T = t - t_0$$

t_0 - 2433282,0 (1950,0)

L - anomalia média, dada por:

$$L = u_0 - \varpi_0 + (n - \dot{\varpi}) T$$

Suas coordenadas retangulares aparentes, no plano da órbita, são dadas por:

$$x_1 = r \cos(u - \Omega)$$

$$y_1 = r \sin(u - \Omega)$$

$$z_1 = 0$$

onde:

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega} T$$

As coordenadas equatoriais uranocêntricas do satélite são determinadas por:

$$[X \ Y \ Z]^T = R_3 [N] \times R_1 [J] \times R_3 [\Omega] \times R_1 [i] \times [x_1 \ y_1 \ z_1]^T$$

onde: $R_i[\text{Teta}]$ é uma matriz que define uma rotação em torno do eixo i de ângulo Teta.

i assume os valores, 1, 2 e 3 que correspondem respectivamente aos eixos x , y e z .

$[\]^T$ é a matriz transposta.

As coordenadas geocêntricas do satélite ($x = \Delta\alpha\cos\delta$ e $y = \Delta\delta$) referidas ao equador de 1950,0, são calculadas por:

$$\tan x = \frac{Y'}{D}$$

$$\tan y = \frac{Z'}{D}$$

onde:

$$[X' \ Y' \ Z']^T = R_2 [-\delta] \times R_3 [-\alpha] \times [X \ Y \ Z]^T$$

I.1.2 - Satélite Tritão de Netuno

As coordenadas aparentes de Tritão foram determinadas a partir dos elementos orbitais apresentados em Harris (1984). Os elementos fornecidos em Jacobson (1990), cuja teoria foi ajustada com a inclusão das observações da missão Voyager 2 (Stone and Miner, 1989), também foram utilizados com a finalidade de se comparar os resultados obtidos. Na tabela 2 são apresentados os elementos orbitais do satélite Tritão, fornecidos por Harris e Jacobson.

Tabela 2 - Elementos orbitais de (Harris e Jacobson)		
Parâmetros	Harris $t_0 = 2433282,5$	Jacobson $t_0 = 2447763,5$
Período	5.8767016	5.8768541
u_0 (graus)	200.913	248.822
e	0	0
α_p (graus)	297.813	298.947
δ_p (graus)	41.185	43.319
i (graus)	158.996	156.834
Ω_0 (graus)	151.401	172.099
$\dot{\Omega}$ (graus/dia)	0.57806	0.52316
a (10^{-5} u.a)	236.83	237.14

No caso dos elementos orbitais de Jacobson, as observações foram ajustadas para uma integração numérica, sendo fornecidos na tabela anterior os elementos médios obtidos da integração.

Obs: $t_0(\text{Harris}) = 2433282,5$ (01/01/1950 às 0 horas TU)

$t_0(\text{Jacobson}) = 2447763,5$ (25/08/1989 às 0 horas TU)

A notação abaixo foi utilizada na tabela 2:

P - Período

u_0 - Longitude Média em t_0

e - Excentricidade

α_p - Ascensão Reta do polo do plano invariante em t_0

δ_p - Declinação do polo do plano invariante em t_0

i - Inclinação do plano da órbita em relação ao plano invariante

Ω_0 - Longitude do nodo ascendente da órbita sobre o plano de referência em t_0

$\dot{\Omega}$ - Movimento de precessão do nodo ascendente

a - Semi-eixo maior da órbita

Determina-se a posição aparente do satélite Tritão, da mesma forma que para os satélites de Urano.

A longitude média (u) e a longitude do nodo ascendente (Ω), calculadas para o instante da observação, corrigido da aberração planetária, são dadas pelas seguintes relações:

$$u = u_0 + nT$$

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega} \frac{T}{365,25}$$

As coordenadas geocêntricas do satélite Tritão ($x = \Delta\alpha\cos\delta$ e $y = \Delta\delta$) referidas ao equador médio de 1950,0, em relação a Netuno, são calculadas por:

$$[x \ \Delta\alpha\cos\delta \ \Delta\delta]^T = R_2[-\delta] \times R_3[-\alpha] \times [X \ Y \ Z]^T$$

onde:

$$[X \ Y \ Z]^T = R_3[-\alpha_p - \frac{\pi}{2}] \times R_1[\delta_p - \frac{\pi}{2}] \times R_3[-\Omega] \times R_1[-i] \times [x_1 \ y_1 \ z_1]^T$$

e

$$x_1 = \frac{a}{D} \cos(u)$$

$$y_1 = \frac{a}{D} \sin(u)$$

$$z_1 = 0$$

I.2 - Redução das Observações

Serão apresentados dois métodos de determinação da posição de satélites naturais. O primeiro, que é o método usual, utiliza as posições num sistema conhecido (como por exemplo o equatorial) das estrelas do campo da placa, para determinar a posição dos satélites no mesmo sistema. Este método será denominado, neste trabalho, de Método Clássico. O segundo, que é uma contribuição deste trabalho, utiliza o movimento do planeta para definir a origem, a escala de placa e uma direção em relação ao sistema de referência, determinando-se, por conseguinte, a posição dos satélites em relação a um objeto da placa. Será chamado de Método do Movimento do Planeta ou Método Intrínscico.

I.2.1 - Método Clássico

Um problema básico em astrometria fotográfica é o de determinar os parâmetros da transformação, que levem as coordenadas arbitrárias medidas de um objeto numa placa para coordenadas esféricas. Para isto, este método utiliza as posições das estrelas, que são conhecidas num referencial usual, para determinar a posição dos satélites ou de um outro objeto sobre a placa fotográfica.

Para determinar a transformação tomam-se as posições medidas das estrelas de catálogo, sobre a placa e as suas coordenadas no catálogo escolhido, que são projetadas, no plano tangente à esfera celesta, segundo relações bem conhecidas (ver por exemplo van de Kamp (1967) ou Smart (1931)). A transformação é um polinômio que pode ser do primeiro, segundo ou terceiro grau, cujos coeficientes (constantes da placa) são ajustados pelo método dos mínimos quadrados, a partir das posições medidas e projetadas das estrelas de catálogo.

O grau do polinômio utilizado, depende basicamente do campo da placa e do número de estrelas catalogadas do campo. Quanto maior for este campo, maior poderá ser o número de correções a serem feitas (Podobed, 1965). Em geral, utiliza-se um polinômio completo de terceiro grau, para campos de 5 graus por 5 graus, como no caso das placas Schmidt e Astrográficas. Este polinômio tem a seguinte forma:

$$X = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3$$

$$Y = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2 + b_6x^3 + b_7x^2y + b_8xy^2 + b_9y^3$$

onde: a_n, b_n são os coeficientes do polinômio.

O Método Clássico é aplicado diretamente para placas de grande campo, ou que tenham um campo onde existam estrelas de catálogo, com número suficiente para permitir um ajuste adequado. Os catálogos mais utilizados são o SAO (Smithsonian Astrophysical Observatory, 1966), o Perth 70 (Hog e von der Heide, 1976) e o PPM (Positions and Proper Motions Catalog). O primeiro catálogo tem 258 997 estrelas, o segundo, 24 978 estrelas e o terceiro, 326 518 estrelas. As densidades médias de estrelas por grau quadrado destes catálogos, são da ordem de 5, 1 e 6, respectivamente.

Os erros médios para o catálogo SAO são da ordem de 0",5 para a época 1963,5, para o Perth 70 da ordem de 0",2 para 1970,0, e para o PPM da ordem de 0",28 para a época de 1991. Os dois primeiros catálogos estão referidos ao equador e equinócio 1950,0 e o sistema de referência utilizado é o FK4. O PPM possui duas versões, referidas ao equador e equinócio de 1950,0 e 2000,0, sendo os sistemas de referência o FK4 e o FK5, respectivamente.

A versão do PPM para a faixa do hemisfério norte, já está toda compilada (Roeser e Bastian, 1989). Para o hemisfério sul uma versão preliminar (Bastian et al, 1991) foi publicada, abrangendo uma faixa de declinação de $-2^{\circ},5$ a -90° , e possuindo 144 789 estrelas. Quanto ao Perth 70 este abrange uma faixa de -90° a $+35^{\circ}$, sendo que a densidade maior de estrelas fica abaixo de $+5^{\circ}$, com 20 100 estrelas. O SAO cobre todo o céu (de $+90^{\circ}$ a -90°).

É evidente que, quanto maior o número de estrelas maiores serão as chances de se obter melhores resultados. Nos catálogos existem erros, tanto das coordenadas das estrelas como de movimentos próprios, magnitude, paralaxe e outros. Portanto, quando se determina os coeficientes do polinômio algumas estrelas apresentam resíduos altos, podendo ser retiradas iterativamente até que os erros médios quadráticos sejam da ordem do erro do catálogo, extrapolado para a época da observação.

Não se está sugerindo neste trabalho um critério de eliminação de estrelas, para se ter um bom ajuste. Porém, certamente os erros grosseiros podem ser eliminados usando-se essa prática. Em geral, utiliza-se de 25 a 30 estrelas de catálogo para ajustes com polinômios de terceiro grau. Uma boa prática é, também, escolher estrelas com magnitudes próximas daquela do objeto para o qual se quer determinar as coordenadas. A escolha de estrelas muito brilhantes pode dificultar a medida de sua posição, uma vez que as imagens ficam saturadas.

No caso de placas obtidas em instrumentos de longo foco, com campos pequenos (menores que 1° por 1°), não aparecem, em geral, estrelas de catálogo em número suficiente para se determinar o sistema de referência. O procedimento usual é o de estabelecer um catálogo secundário, a partir de placas que tenham um campo maior (Placas Schmidt e Astrográficas).

A figura 1 ilustra o processo de construção do catálogo secundário, que é feito da seguinte maneira:

a) Identifica-se na placa de grande campo, as estrelas de catálogo e aquelas que figuram na placa de pequeno campo. Na escolha das estrelas, no campo pequeno, deve-se tomar algumas precauções, tais como: escolher estrelas distribuídas o mais uniforme possível, em torno dos objetos dos quais se quer determinar a posição; tomar estrelas não muito fracas, para serem facilmente identificadas na placa de grande campo; e escolher o maior número possível de estrelas, para poder desprezar aquelas que não fornecerem bons resultados devido aos possíveis erros de compilação da posição, magnitude, movimentos próprios e outros. Algumas dessas precauções devem ser tomadas também na placa de grande campo, como a uniformidade e o número de estrelas para o ajuste.

b) Identificadas, na placa de grande campo, as estrelas de catálogo e as escolhidas na placa de pequeno campo, mede-se suas posições.

c) Com as medidas das estrelas de referência e suas coordenadas dadas no catálogo ajusta-se um polinômio de grau adequado, que permita a obtenção dos coeficientes da placa. Obtem-se, assim, as posições das estrelas da placa de pequeno campo, em coordenadas esféricas.

d) Faz-se um novo ajuste polinomial a partir das medidas das estrelas, realizadas na placa de pequeno campo, e suas coordenadas esféricas como determinadas no ítem anterior. Dado o pequeno campo da placa um ajuste com um polinômio de primeiro grau é suficiente, a fim de garantir a transformação que leve as medidas feitas neste campo para coordenadas celestes.

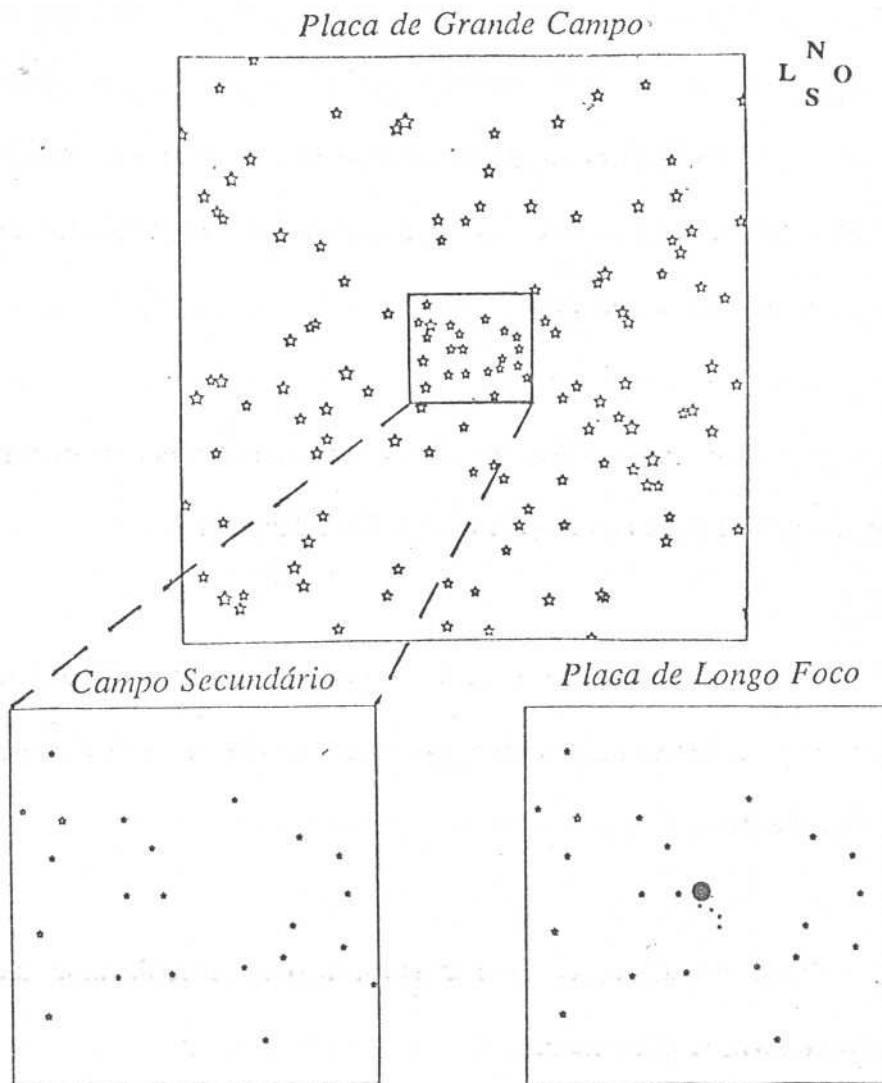


Figura 1 - Ilustração do processo de construção do catálogo secundário

É importante ressaltar que a utilização da técnica do campo secundário pode acarretar em alguns erros:

a) Os possíveis erros de compilação das coordenadas das estrelas de catálogo são levados para as posições das estrelas do campo secundário.

b) As placas de grande campo, muitas vezes, não são obtidas na mesma época que as de pequeno campo, o que também acarreta em erro devido aos movimentos próprios das estrelas.

c) As observações são feitas em instrumentos diferentes, portanto em diferentes escalas, logo com precisões diferentes.

d) As estrelas de catálogo têm magnitude muito diferentes, introduzindo diferentes erros na determinação do centro das imagens das estrelas do campo secundário.

Esses erros, apesar de pequenos, podem impedir uma melhor determinação da posição dos satélites.

Diante destes problemas, houve opção em utilizar uma metodologia que não dependesse da construção do catálogo secundário.

1.2.2 - Método do Movimento do Planeta

(Método Intrínstico)

Este método utiliza a variação da posição do planeta relativa as estrelas do campo nas várias placas obtidas, para determinar, através de um procedimento de superposição das placas, um sistema de referência usual para cada placa. Este método diminui consideravelmente o trabalho de redução, porque elimina a necessidade da construção de catálogos secundários, os quais são obtidos a partir de placas de grande campo por demorados processos de medida de estrelas de catálogo, e que introduzem os erros já mencionados.

Este método é baseado nos seguintes fatos específicos da observação de satélites naturais:

a) As observações são feitas através de várias placas obtidas no decorrer da noite, e, em geral, nas noites subsequentes.

b) Para cada placa a posição do planeta se modifica em relação as estrelas do campo.

c) As posições do planeta são bem conhecidas em relação a um referencial equatorial dado.

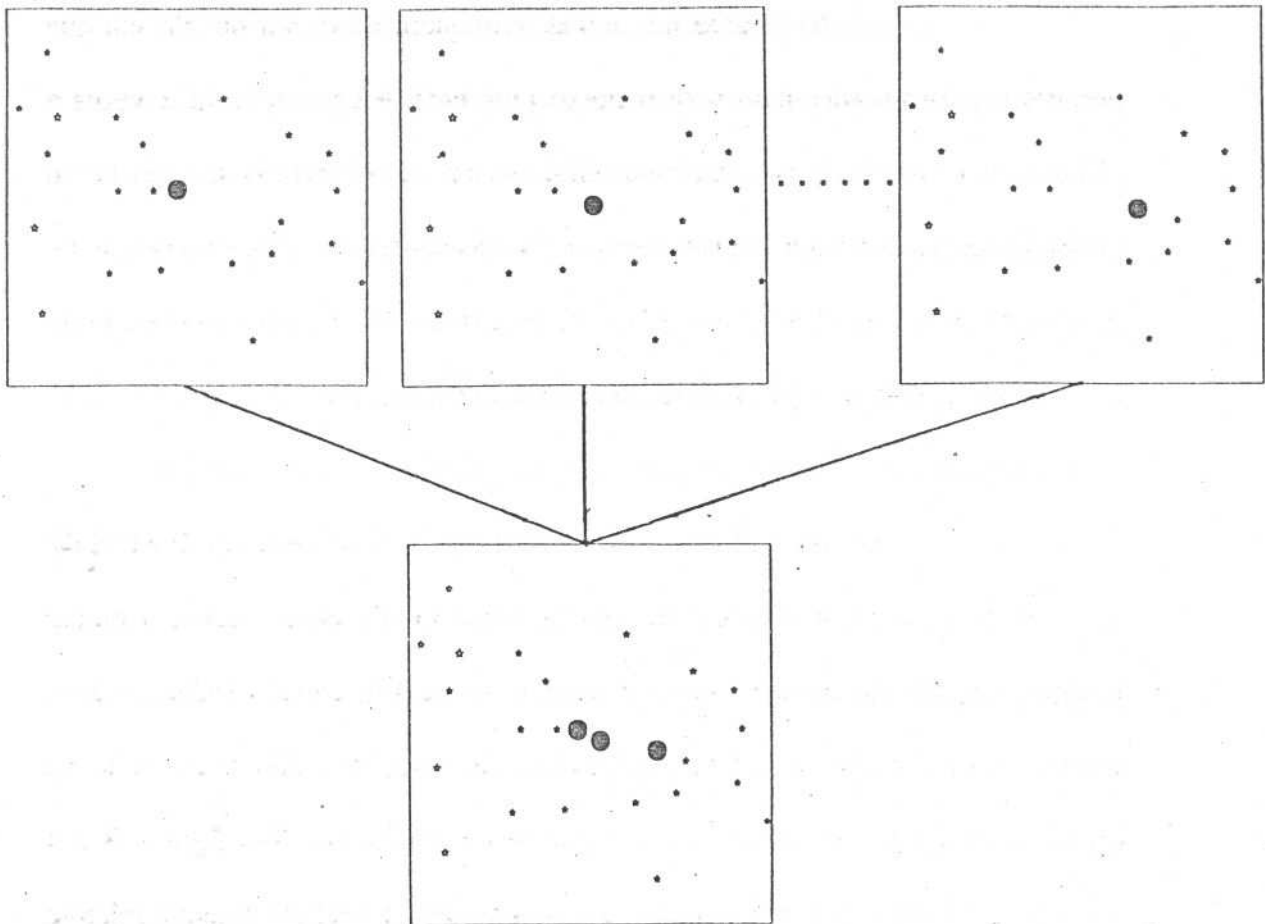
O processo de redução que consiste na substituição do campo secundário pelo conjunto das posições do planeta, ou de um outro satélite qualquer tomado como referência no decorrer de uma missão de observação, é constituído basicamente das seguintes etapas:

a) Em cada placa é definida a posição do planeta em relação a um campo estelar qualquer, comum às várias placas a serem utilizadas.

b) Através de um ajuste de primeiro grau do campo estelar a posição medida do planeta, em cada placa, é transportada para a placa onde se deseja obter as posições dos satélites (placa a ser reduzida) (Figura 2).

c) A partir das coordenadas equatoriais das várias posições do planeta na "placa a ser reduzida", e de suas posições medidas (transportadas), obtém-se por ajuste um fator de escala e uma direção que relacionem as posições da placa com as suas posições em coordenadas equatoriais.

d) Com a escala e direção determinadas, as posições medidas dos satélites são expressas em coordenadas equatoriais.



*Figura 2 - Ilustração do processo do Movimento do Planeta
(Método Intrínstico)*

Há que se ressaltar alguns aspectos importantes deste método, que foram estabelecidos a partir de ensaios e simulações nas reduções feitas neste trabalho:

a) O número de estrelas para se fazer o ajuste é de no mínimo 5, como também no caso clássico, já que ambos os métodos admitem um ajuste polinomial de primeiro grau, dependendo da dimensão do campo da placa. Foram utilizadas uma média de 25 estrelas por placa.

b) O arco mínimo determinado, de órbita do planeta que permite um ajuste adequado para o nosso problema, é da ordem de 2 vezes a distância planeta-satélites ou satélite-satélite. No caso de Urano e Netuno este arco de órbita corresponde, aproximadamente, dois dias consecutivos de observação no período de oposição. O número mínimo de placas do planeta, para a obtenção do ajuste, é da ordem de 6 placas em dois dias de observação.

É necessário destacar que o Método do Movimento do Planeta foi aplicado ao sistema de Urano para quatro conjuntos de observação em placas fotográficas, obtidas no Laboratório Nacional de Astrofísica (LNA/CNPq). Para o sistema de Netuno, há dois conjuntos de observação. Todo o conjunto de observações feitas será mostrado no capítulo de resultados. Nas figuras 3 e 4 podem ser visualizados os resultados do ítem b) descrito anteriormente, relativo as etapas do processo de redução para cada um desses conjuntos. Nelas o símbolo em forma de estrela representa o campo estelar e o com formato de um círculo representa as várias posições do planeta, transportadas para uma placa a ser reduzida, a partir do ajuste feito através das estrelas de campo.

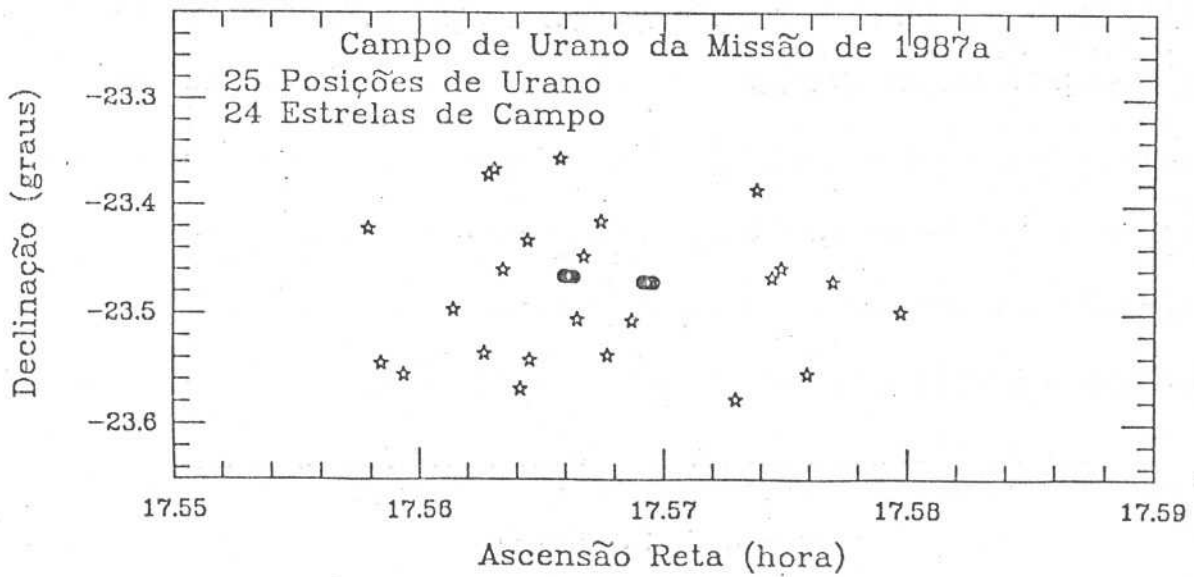
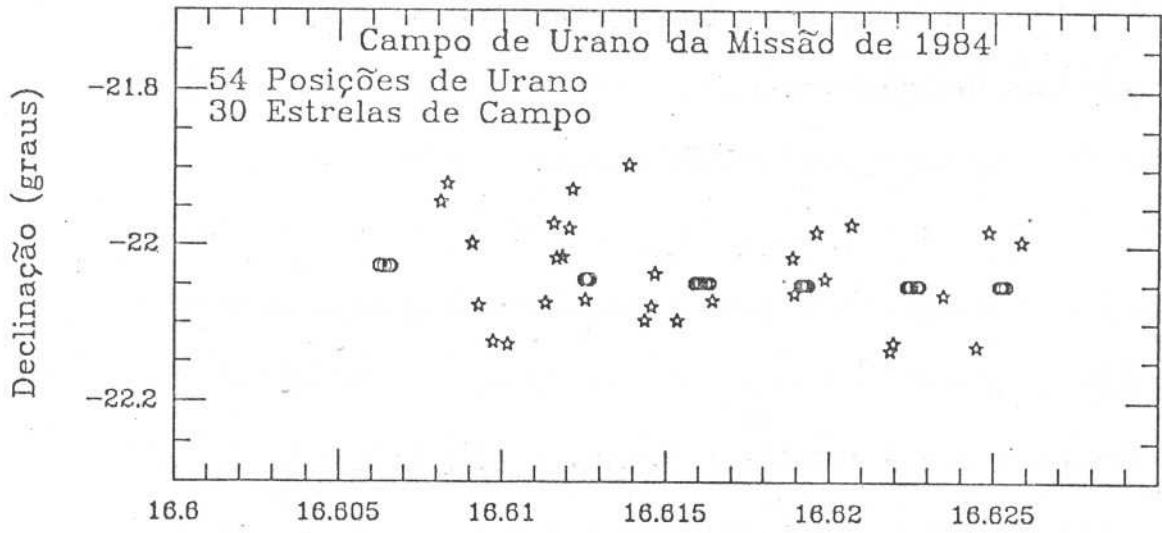


Figura 3 - Aplicação do processo do Movimento do Planeta às observações de Urano utilizadas neste trabalho

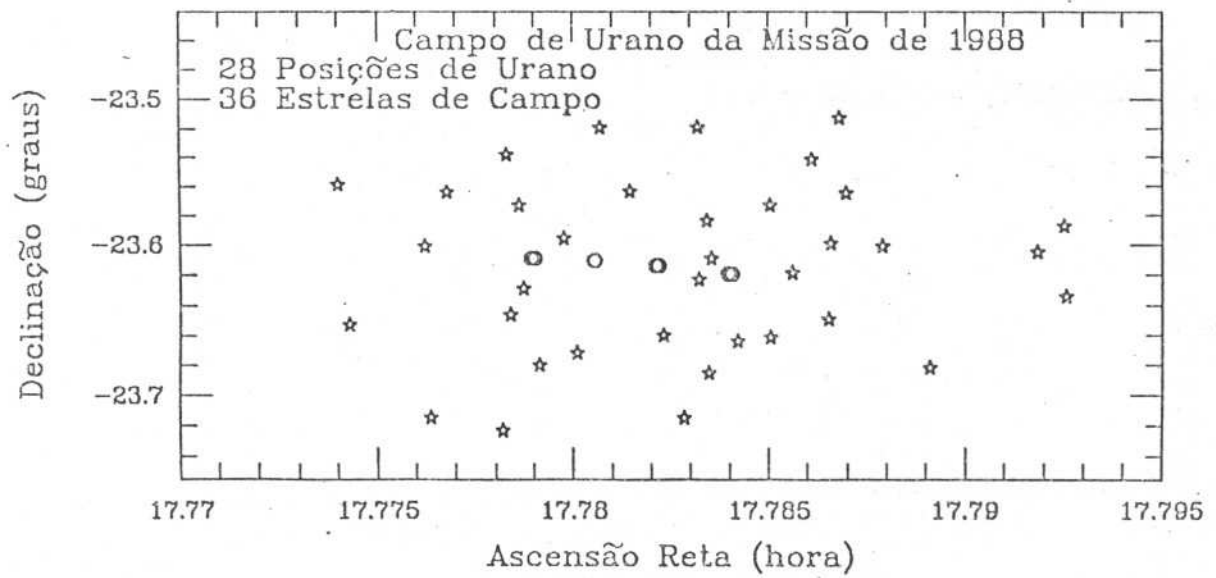
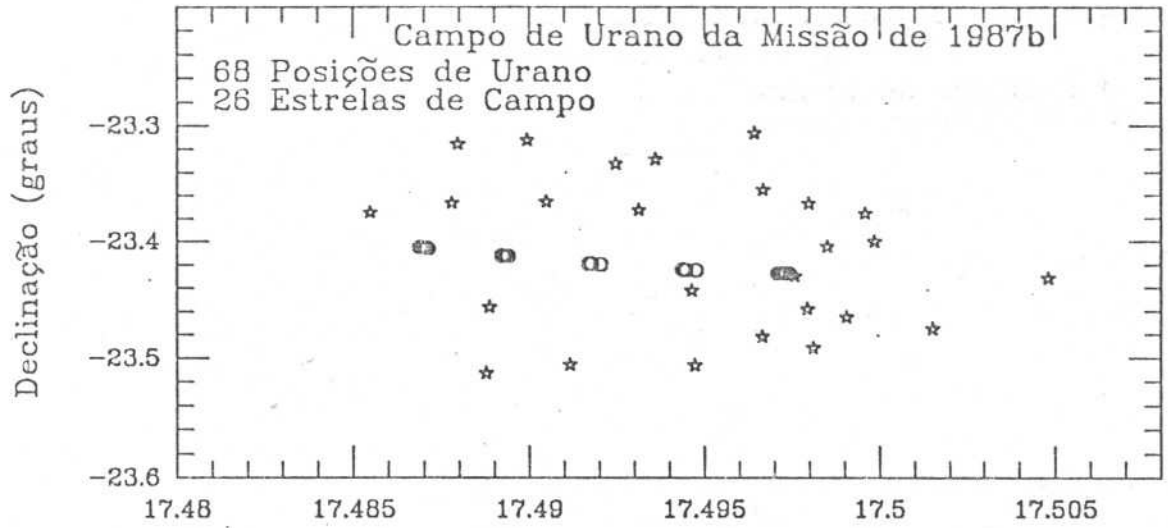


Figura 3 - Aplicação do processo do Movimento do Planeta às observações de Urano utilizadas neste trabalho

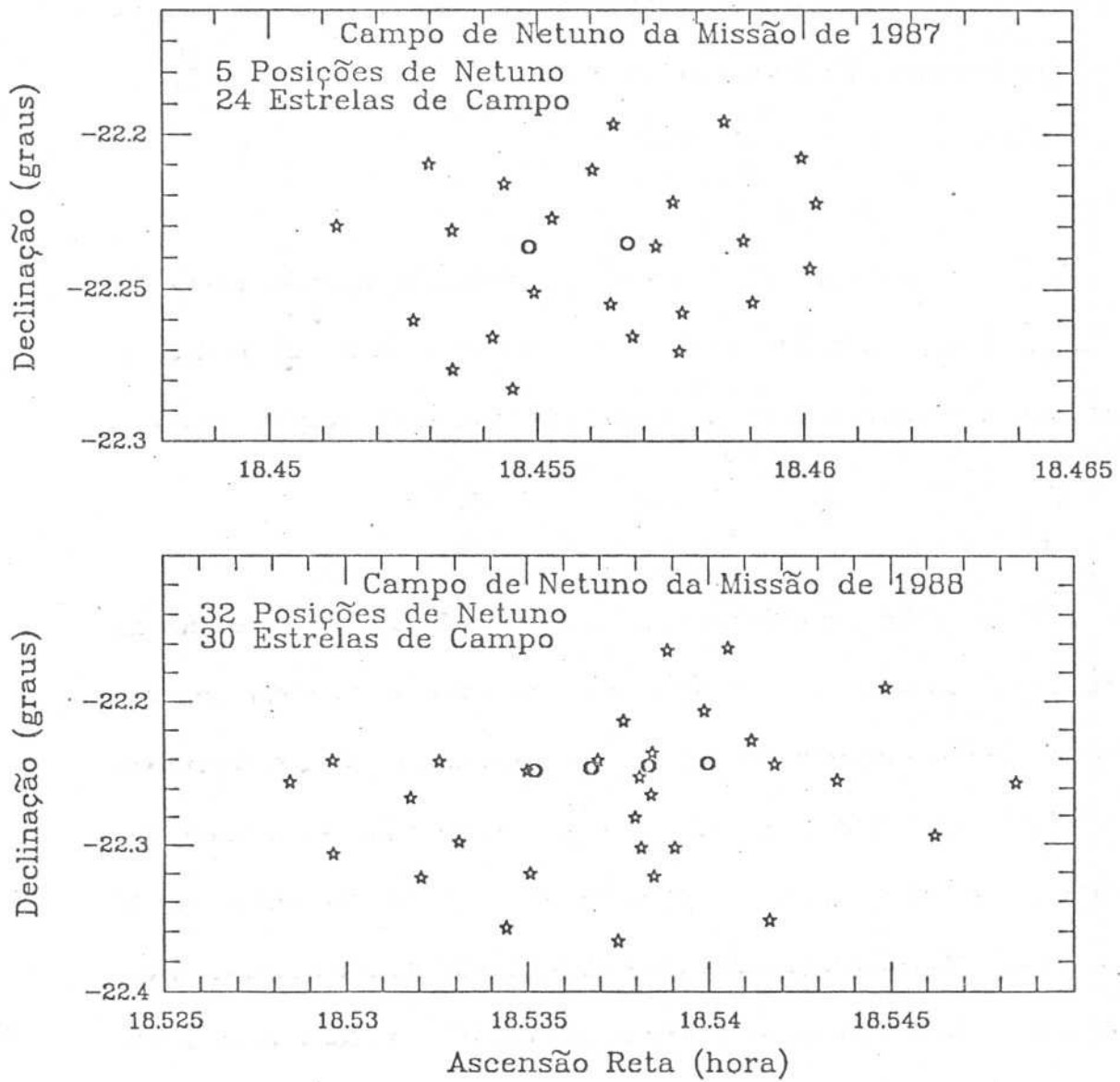


Figura 4 - Aplicação do processo do Movimento do Planeta às observações de Netuno utilizadas neste trabalho

Para avaliar o método, apresenta-se neste capítulo apenas o conjunto de 55 placas de Urano obtidas em 1984. Tomou-se este conjunto de observação, em particular, por se ter as posições de catálogo das estrelas do campo, determinadas a partir da técnica de construção do catálogo secundário. Assim, foi possível comparar os resultados obtidos com o Método do Movimento do Planeta e os obtidos com o Método Clássico.

Os resultados dos quatro conjuntos de observações de Urano, e dos dois de Netuno, serão apresentados no capítulo de resultados. Os detalhes do processo de medida do centro das imagens de todas as observações, constantes deste trabalho, serão apresentados no próximo capítulo.

Como se pode notar na figura 3 (Missão de 1984), as estrelas do campo não se distribuem, de modo geral, de forma uniforme em torno das observações do sistema de satélites de Urano. Isto acontece visto que não existem estrelas em quantidade e qualidade suficientes no campo das placas observadas, para que pudesse distribuí-las uniformemente em torno dos vários dias de observação. Porém, este problema não afeta os resultados obtidos uma vez que o campo das citadas placas são pequenos, 21' por 26' (na escala do telescópio utilizado), minimizando os erros do ajuste provocados pela configuração inadequada das estrelas.

A primeira avaliação que se faz no método é quanto a necessidade de se certificar que o ajuste do campo de estrelas comuns, que traz a posição medida do planeta das várias placas para a placa a ser reduzida, garanta uma precisão adequada na posição do planeta.

Na prática, tomam-se as medidas das estrelas, na placa a ser reduzida, como coordenadas de referência. Como posição medida, tomam-se as estrelas comuns na placa de onde se quer trazer a posição do planeta. Faz-se um ajuste de primeiro grau, entre esses dois campos, determinando-se os parâmetros da transformação que leve a posição do planeta para a placa a ser reduzida. Este procedimento é feito para todas as placas que tenham campos de estrelas comuns com a placa de referência. Como os campos das estrelas são superpostos o fator de escala é sempre igual a 1, ou próximo de 1, e a direção do sistema próxima de zero. As rotinas utilizadas para fazer os ajustes por mínimos quadrados, foram retiradas de Lawson e Hanson (1974).

No gráfico 1 são indicadas as médias dos resíduos das estrelas do campo, que foram usadas para fazer os ajustes. No eixo das abscissas é dado o número da estrela nas diversas placas, e no das ordenadas os resíduos (segundos de arco) médio das estrelas. A barra de erro corresponde ao desvio padrão dessas médias. Em média o número de posições de cada estrela que figura no conjunto de placas utilizadas para esta avaliação, é de cerca de 39 posições. No mínimo tem-se 15 e no máximo 54 posições das estrelas do campo.

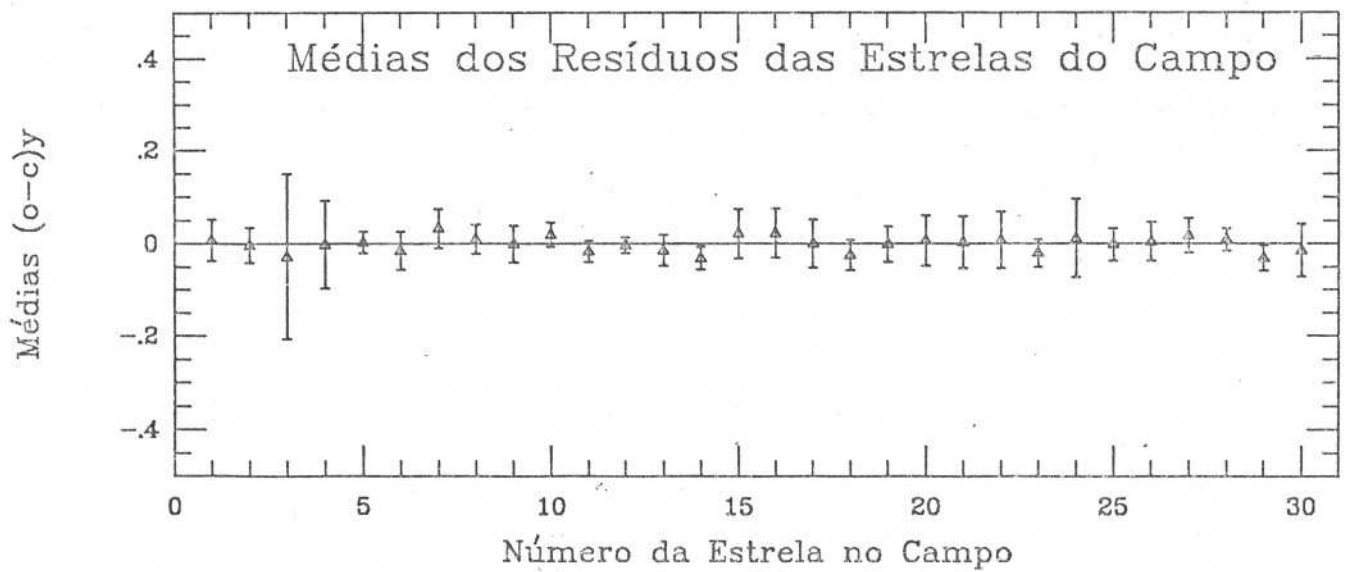
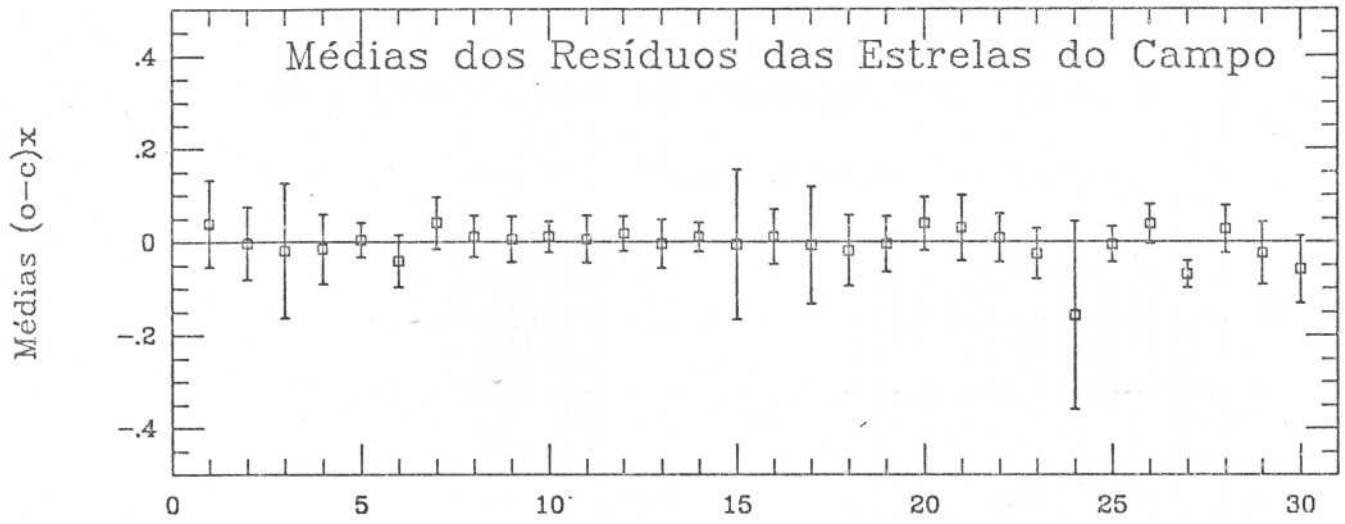
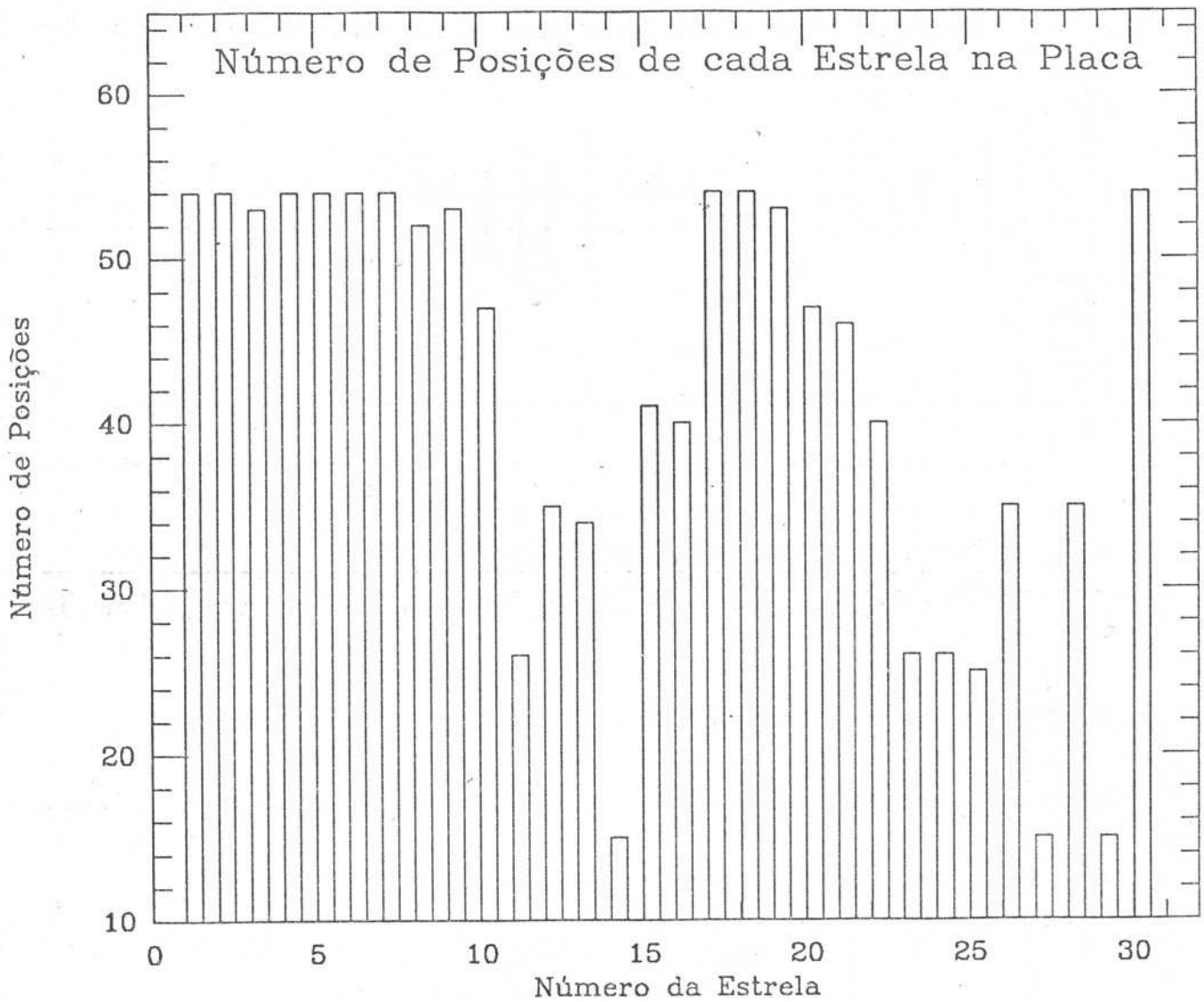


Gráfico 1 - Médias dos resíduos das estrelas do campo

É necessário lembrar que o número das estrelas é arbitrário, servindo apenas para identificá-las nas diversas placas. O número de posições das estrelas envolvidas nas 55 placas deste conjunto, é mostrado no histograma 1.



Histograma 1 - Número de posições das estrelas do campo

Verifica-se que, além dos resíduos das médias serem pequenos, o número de estrelas com desvios padrão altos é bastante pequeno em relação ao resto do conjunto. As estrelas que apresentam em cada placa desvios maiores que $2,5\sigma$ são retiradas, refazendo-se o ajuste. No gráfico 2 é mostrado os resíduos característicos das estrelas do campo obtidos do ajuste entre duas placas deste conjunto.

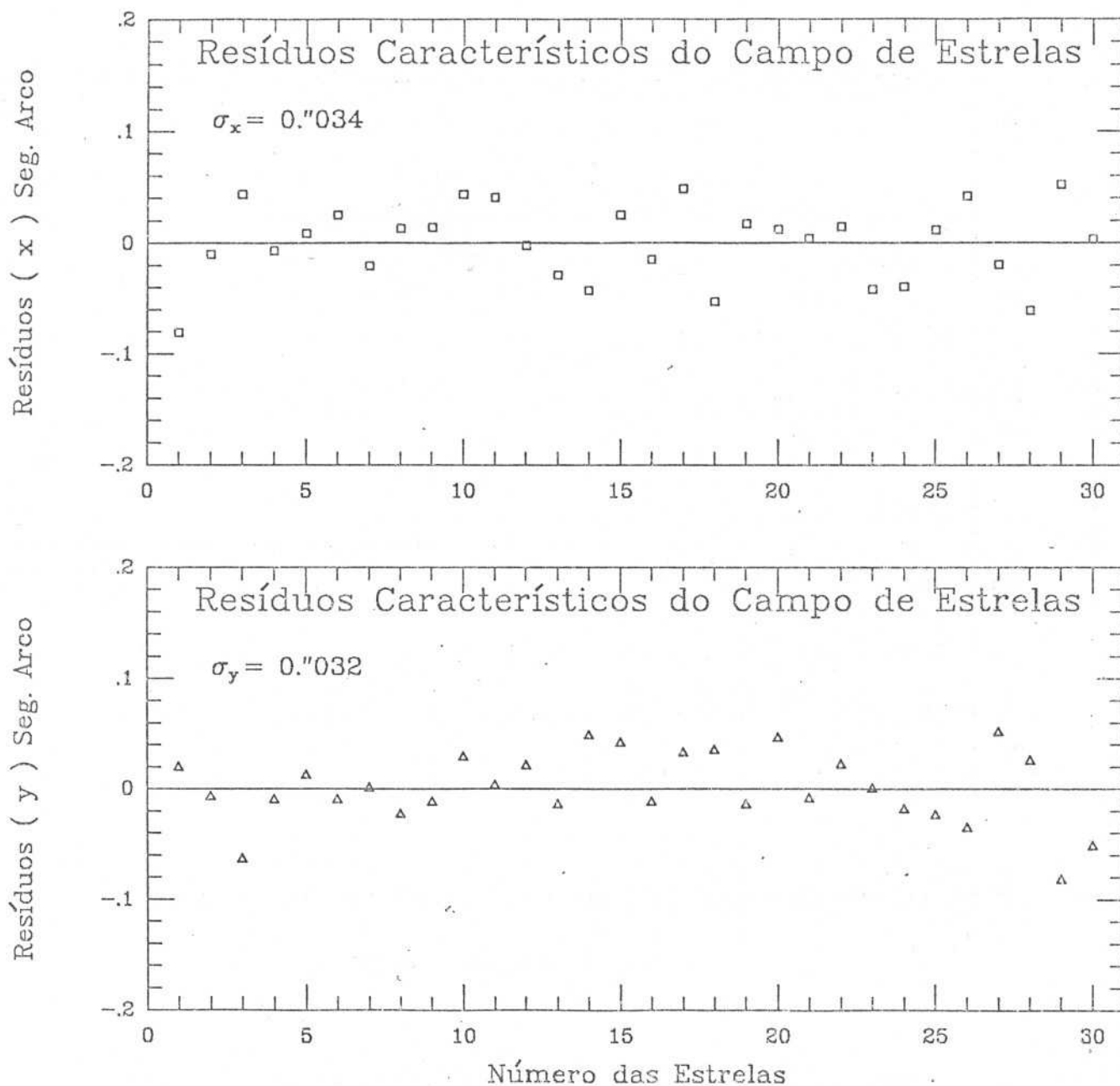


Gráfico 2 - Resíduos das posições das estrelas do campo de uma placa

Devido ao pequeno campo das placas, não se evidencia uma tendência dos resíduos das estrelas do campo aumentarem com a sua distância ao centro da placa, como mostra o gráfico 3.

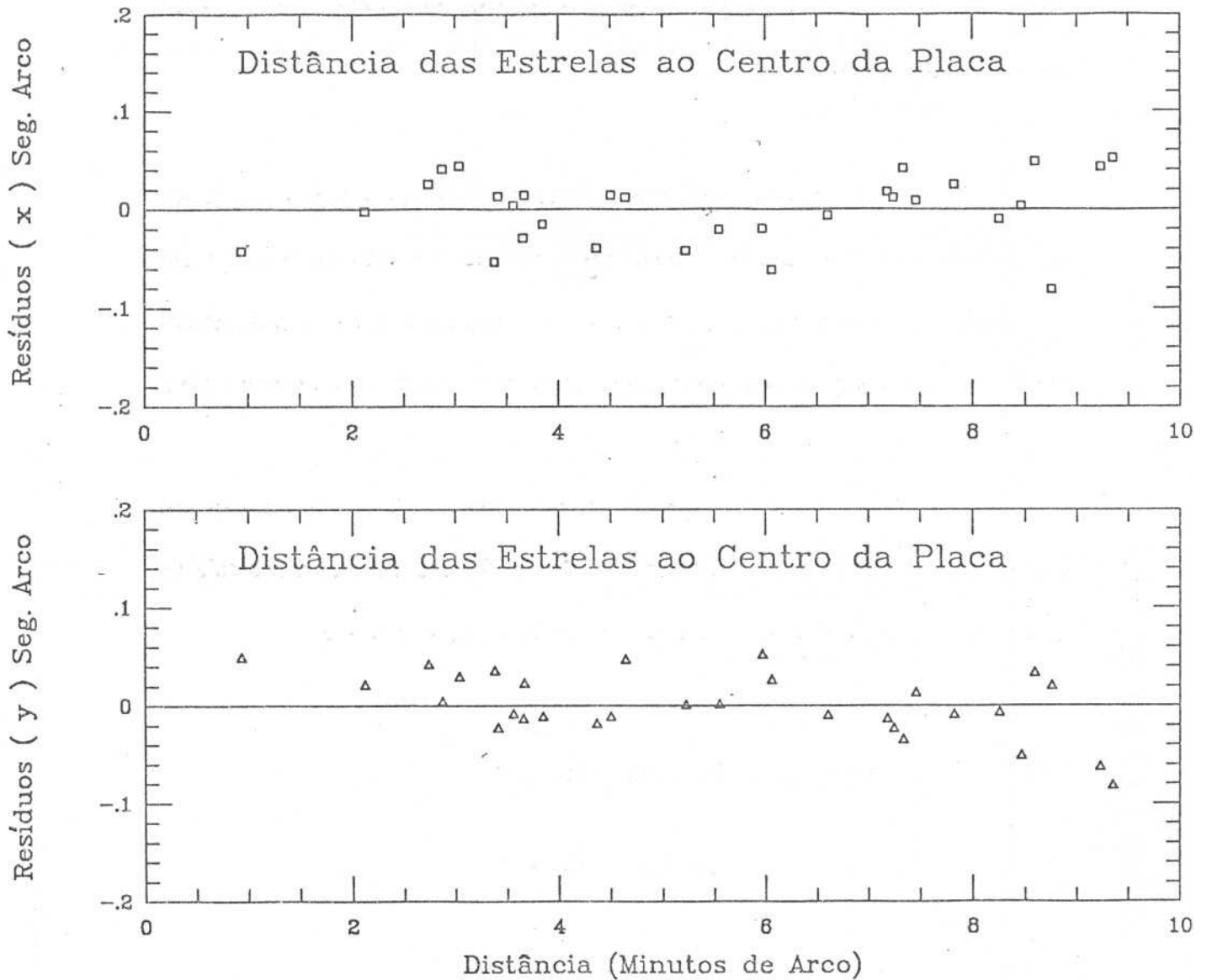


Gráfico 3 - Resíduos das posições das estrelas do campo em função da sua distância ao centro da placa

Pode-se concluir, a partir dos gráficos apresentados, que apesar das estrelas não estarem distribuídas uniformemente em torno dos objetos, os parâmetros (constantes da placa) são bem determinados, proporcionando, de forma precisa, a transformação das várias posições medidas do planeta para a placa onde se quer determinar a posição dos satélites.

Como as posições do planeta ficam distribuídas na direção de seu movimento (ascensão reta), não havendo praticamente variação das posições em declinação, os coeficientes do ajuste para esta coordenada não apresentaram resultados precisos quando se utilizou um polinômio completo do primeiro grau.

Para resolver este problema, foi empregado o modelo das quatro constantes (ver por exemplo Eichhorn, 1974), que define a direção, a escala de placa e a origem do sistema de referência, tendo a seguinte forma:

$$\xi = ax + by + c$$

$$\eta = -bx + ay + d$$

onde: a,b,c,d são as constantes da placa
 ξ, η são as posições aparentes do planeta
x,y são as posições medidas (transportadas) do planeta sobre a placa a ser reduzida

Usualmente orientam-se as placas para fazer as medidas do centro de suas imagens, onde o eixo x da medida fica quase paralelo ao eixo ξ e o eixo y quase paralelo ao eixo η . Isto faz com que o parâmetro b seja muito menor que a.

Fazendo-se $a = E \cos\beta$ e $b = E \sin\beta$, pode-se reescrever as equações acima, como:

$$\xi = E \{ x \cos\beta + y \sin\beta \} + c$$

$$\eta = E \{ -x \sin\beta + y \cos\beta \} + d$$

onde: E é o fator de escala

β é o ângulo que dá a direção do sistema de referência

c,d é a origem do sistema de referência

O objetivo do modelo das quatro constantes é o de procurar a melhor similaridade que transforme as coordenadas sobre a placa, em coordenadas esféricas projetadas. Sendo (x,y) as várias coordenadas do planeta transportadas sobre a placa a ser reduzida, (X,Y) suas coordenadas no céu, projetadas, deduzidas das efemérides e (X_0, Y_0) as coordenadas do centro de Urano, sobre a placa, pode-se escrever as equações acima da seguinte forma:

$$\xi = E \{ (x - X_0) \cos\beta + (y - Y_0) \operatorname{sen}\beta \}$$

$$\eta = E \{ -(x - X_0) \operatorname{sen}\beta + (y - Y_0) \cos\beta \}$$

Os parâmetros E , β , X_0 e Y_0 são determinados a partir da condição de que a soma dos quadrados dos resíduos seja mínima $\{\Sigma(\xi - X)^2 + \Sigma(\eta - Y)^2\}$, sendo feitas as somas a partir das posições do planeta na placa onde se quer determinar as posições dos satélites.

Estes parâmetros são determinados a partir das seguintes relações (Veillet, 1979):

$$\tan\beta = \frac{\sigma_{Xy} - \sigma_{Yx}}{\sigma_{Xx} + \sigma_{Yy}}$$

$$E = \frac{(\sigma_{Xx} + \sigma_{Yy}) \cos\beta + (\sigma_{Xy} - \sigma_{Yx}) \operatorname{sen}\beta}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

$$X_0 = \langle x \rangle - \frac{\langle X \rangle}{E} \cos\beta + \frac{\langle Y \rangle}{E} \operatorname{sen}\beta$$

$$Y_0 = \langle y \rangle - \frac{\langle X \rangle}{E} \operatorname{sen}\beta - \frac{\langle Y \rangle}{E} \cos\beta$$

$$\sigma_{uv} = \Sigma uv - \frac{1}{n} (\Sigma u) (\Sigma v)$$

onde: σ_{uv} é a covariância das variáveis u e v para as n posições do planeta

n é o número de posições do planeta, transportadas para a placa a ser reduzida

$\langle x \rangle$ e $\langle y \rangle$ são as médias aritméticas de x e y

$\langle X \rangle$ e $\langle Y \rangle$ são as médias aritméticas de X e Y

X_0, Y_0 determinam a origem do sistema de referência

Este modelo foi usado em Veillet (1979) e Pascu (1987) para determinar a posição do satélite Miranda de Urano, utilizando-se a posição dos outros quatro satélites para fazer o ajuste dos parâmetros.

De posse das posições medidas do planeta, trazidas das várias placas, e de suas coordenadas celestes, projetadas em relação ao centro da placa a ser reduzida, faz-se um ajuste com o modelo das quatro constantes, obtendo-se portanto, a escala da placa, a direção e a origem do sistema de referência. Com esses parâmetros, determina-se a posição dos satélites. As várias posições do planeta, trazidas para a placa a ser reduzida, são corrigidas da aberração e refração diferencial.

Como já mencionado anteriormente, as posições transportadas tanto podem ser do planeta como de um satélite de referência, e no caso do sistema de Urano adota-se o satélite Oberon. A razão de adotar um satélite basea-se nos seguintes fatos:

1º) Dada as dimensões das imagens do planeta, o seu centro é determinado com uma grande imprecisão.

2º) Assegura-se que não haja erro de magnitude.

No próximo capítulo será detalhado o motivo pelo qual não se fornece a posição dos satélites de Urano em relação ao planeta.

Pode-se avaliar a qualidade do ajuste das posições do satélite através dos resíduos mostrados no gráfico 4, para uma placa deste conjunto de observações. Adotou-se para Oberon o mesmo critério de eliminação de posições utilizado para o campo de estrelas.

Estes resíduos foram obtidos a partir da comparação das várias posições ajustadas do satélite Oberon, com as suas coordenadas celestes, projetadas em relação a centro da placa de referência. Adotou-se como centro da placa a ser reduzida as coordenadas (α, δ) de Urano, determinadas para o instante médio da observação.

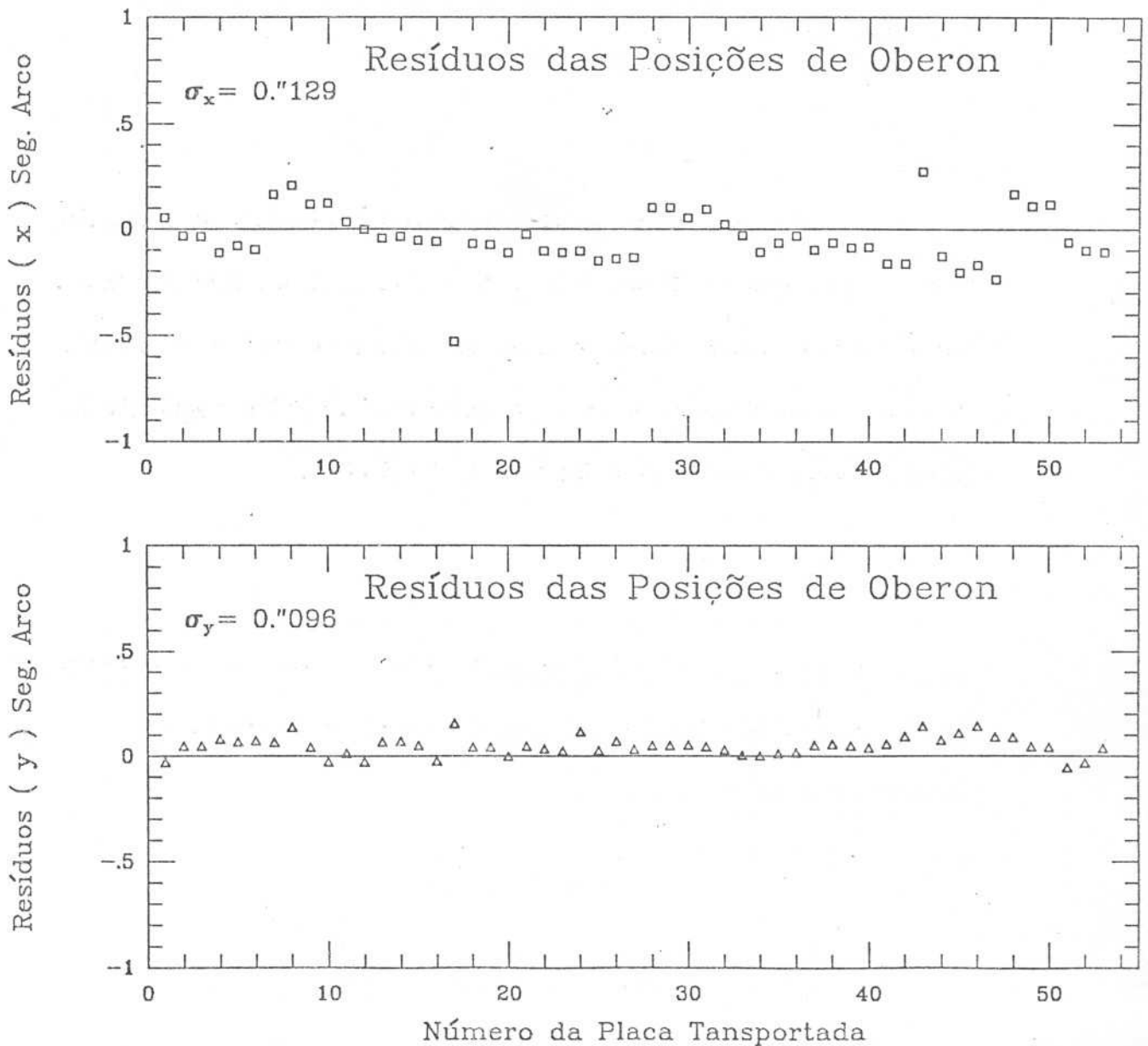


Gráfico 4 - Avaliação da qualidade do ajuste para as posições do satélite Oberon

Determinados os parâmetros para a transformação, finalmente, calcula-se a posição dos satélites no sistema de coordenadas equatoriais. Na tabela 3, são comparados os resultados obtidos, para os satélites de Urano, com os dois métodos de redução descritos neste capítulo. Os resíduos das posições (observada menos a calculada) são dados em relação ao satélite Oberon, como usualmente se encontra na literatura.

Pode-se ver que, na tabela 3, que os desvios padrão da média dos resíduos, obtidos com o Método do Movimento do Planeta, são equivalentes aos fornecidos pelo Método Clássico. Além do método proposto neste trabalho evidenciar melhores resultados, permite ainda uma maior rapidez na aquisição dos dados para fazer a determinação das posições dos satélites.

Nas duas últimas colunas da tabela 3 foi determinada uma nova média e desvio padrão das diferenças dos resíduos para cada satélite.

Tabela 3 - Comparação dos resultados obtidos entre os dois métodos (55 placas) (1984)

Satélites	Método Clássico		Movimento do Planeta		Diferenças	
	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y
Miranda	-0.009 .080	-0.009 .068	-0.013 .080	-0.002 .055	.004 .015	-0.008 .046
Ariel	-0.016 .026	.001 .043	-0.019 .032	.007 .016	.003 .019	-0.005 .046
Umbriel	-0.002 .023	-0.006 .047	-0.005 .025	.002 .022	.003 .014	-0.008 .039
Titania	-0.011 .012	-0.005 .020	-0.014 .012	.001 .014	.003 .006	-0.006 .015

onde:

$\langle x \rangle$ e $\langle y \rangle$ são as médias dos resíduos para cada satélite.

σ_x e σ_y são os desvios padrão das médias dos resíduos em x e y.

Nos gráficos 5. estão mostradas as distribuições dos resíduos dos satélites de Urano. Para cada satélite construiu-se dois gráficos. No primeiro são fornecidos os resíduos de cada satélite, obtido com o Método do Movimento do Planeta. No segundo, é mostrada a diferença dos resíduos obtidos com o Método Clássico e o apresentado neste trabalho. O símbolo σ representa o desvio padrão da média dos resíduos.

Observa-se que os resíduos para Miranda são significativamente maiores do que os dos outros satélites. Isto se deve as dificuldades de medida deste satélite, como ficará evidenciado no próximo capítulo.

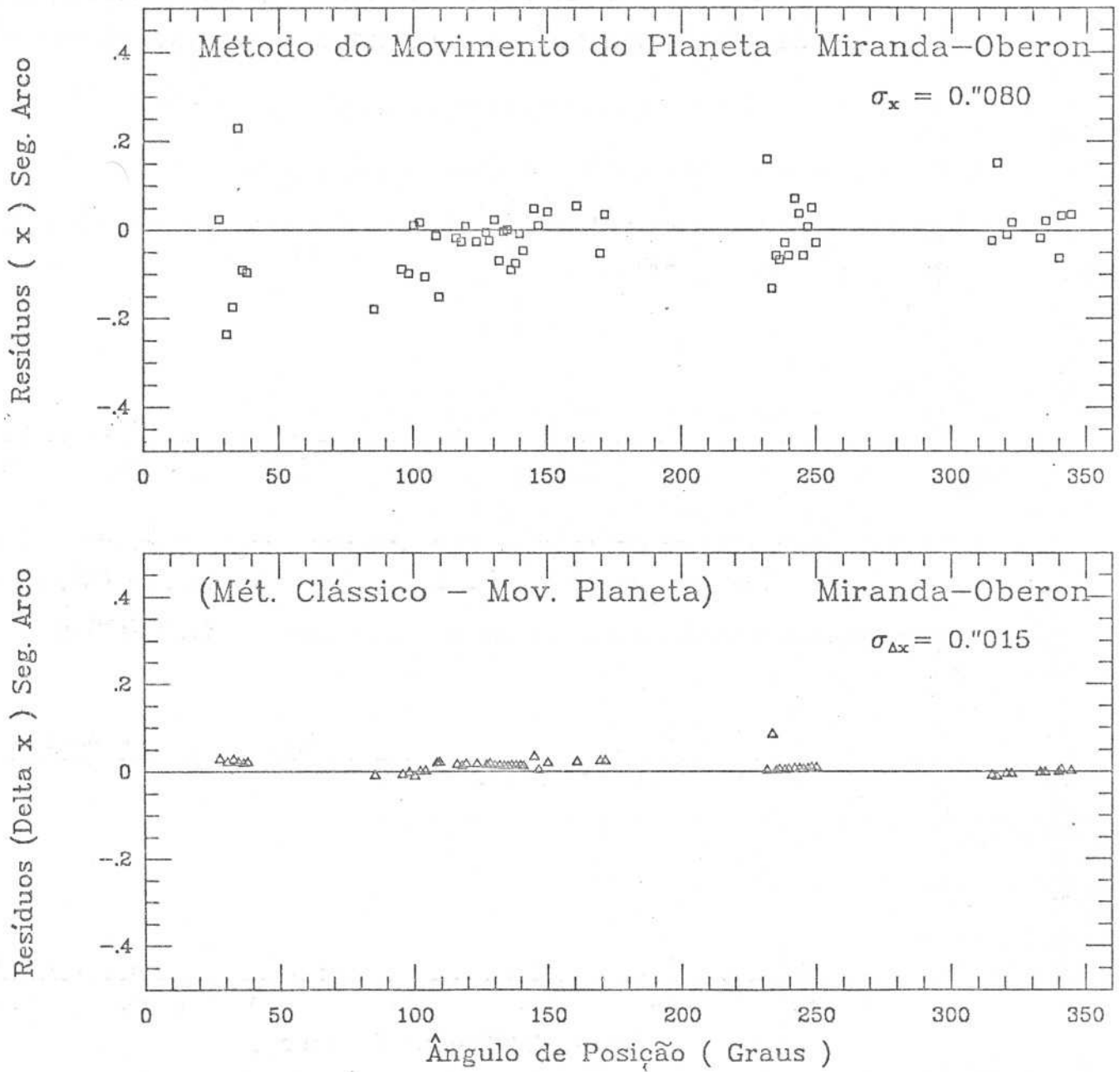
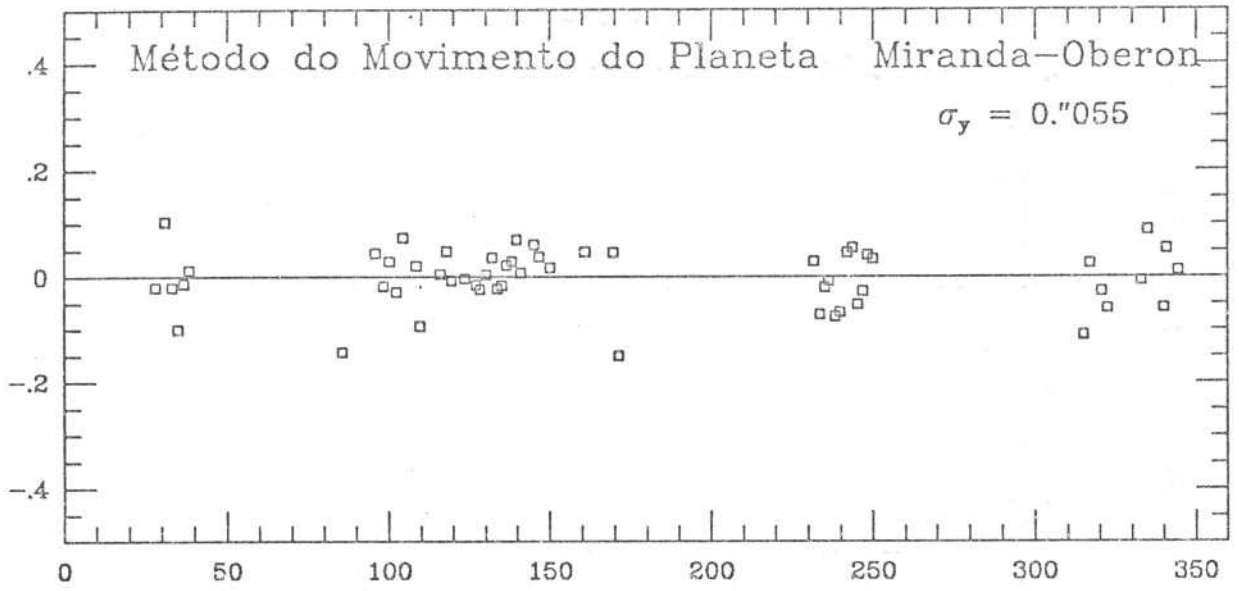
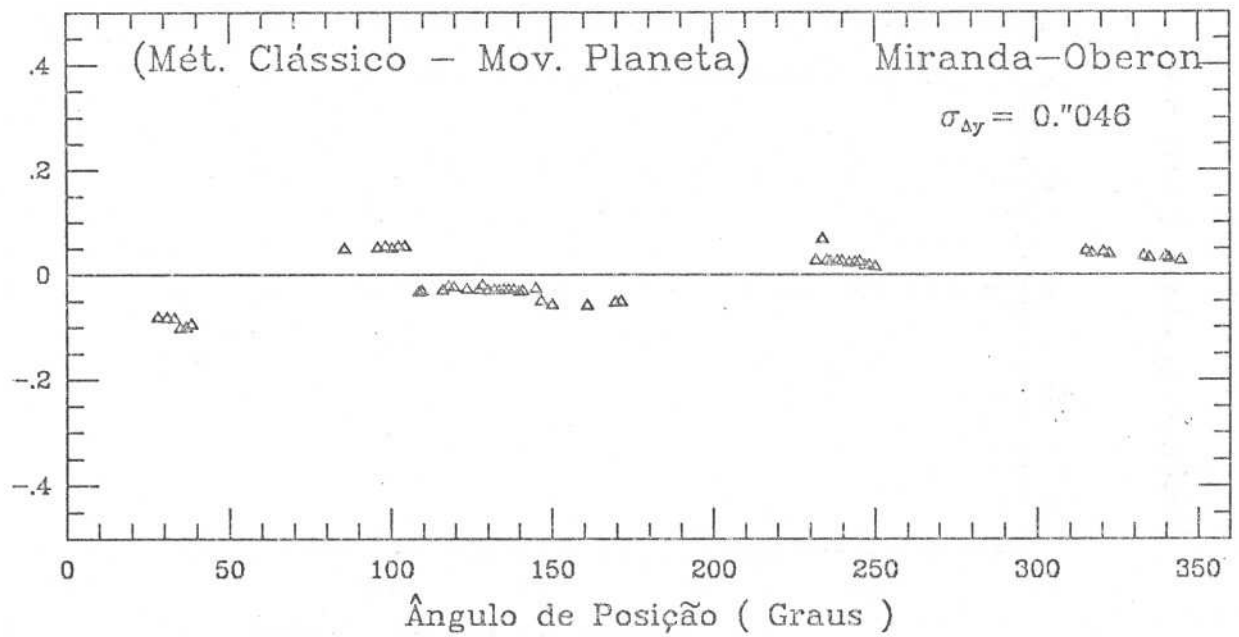


Gráfico 5 - Diferença entre os resíduos obtidos com o Método do Movimento do Planeta e o Método Clássico para um subconjunto de 55 placas

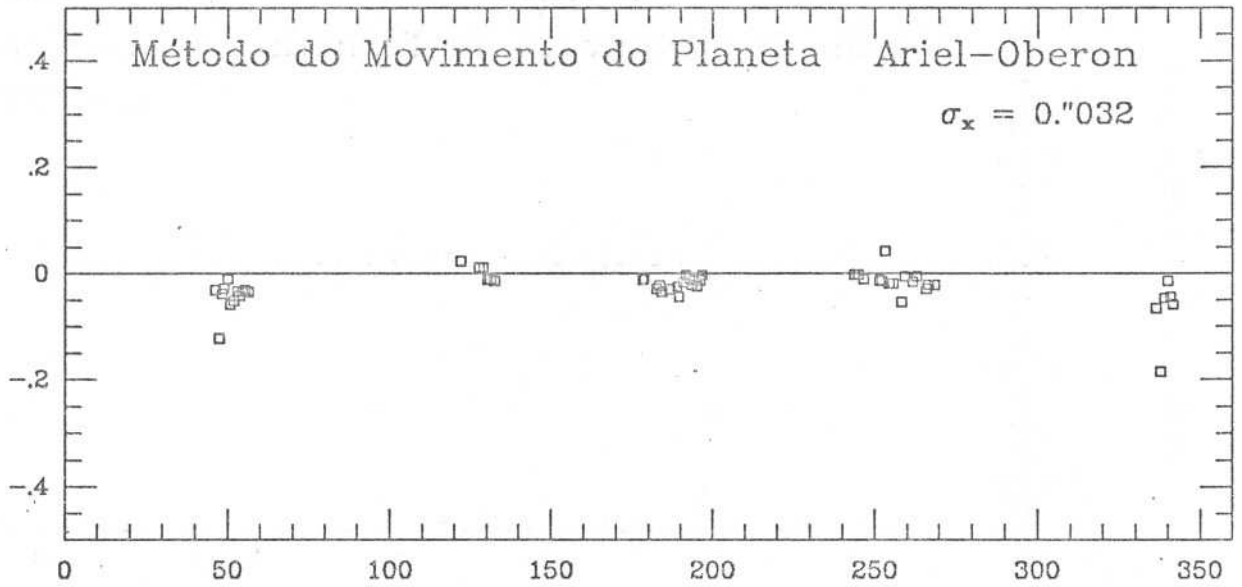
Resíduos (y) Seg. Arco



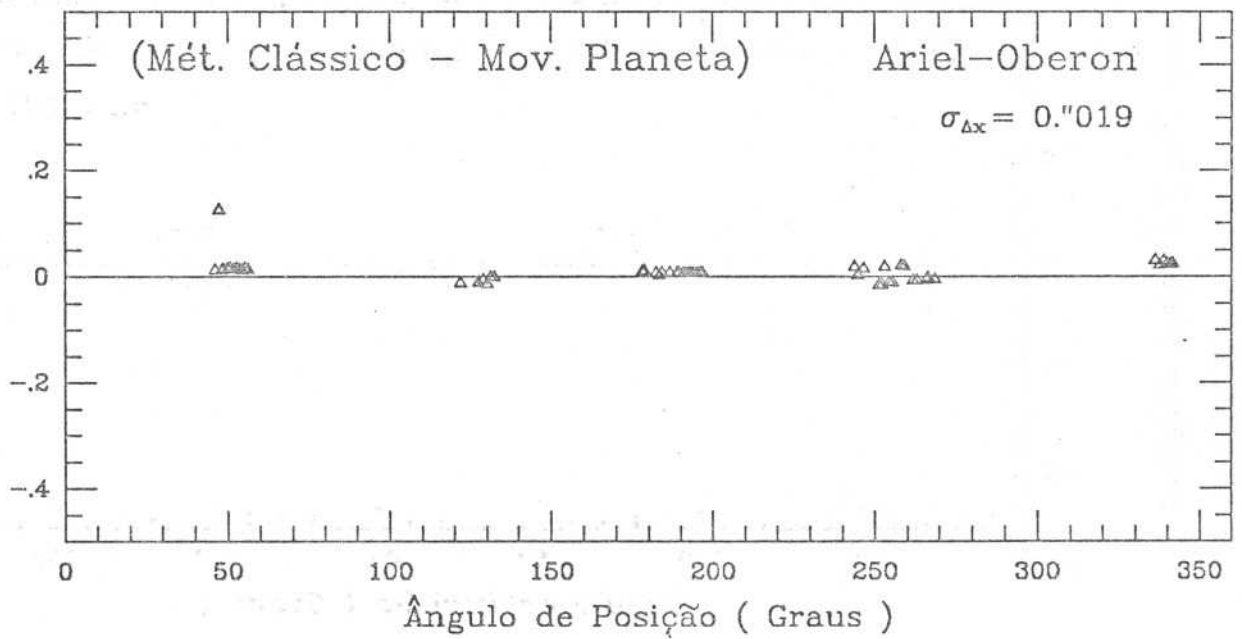
Resíduos (Delta y) Seg. Arco



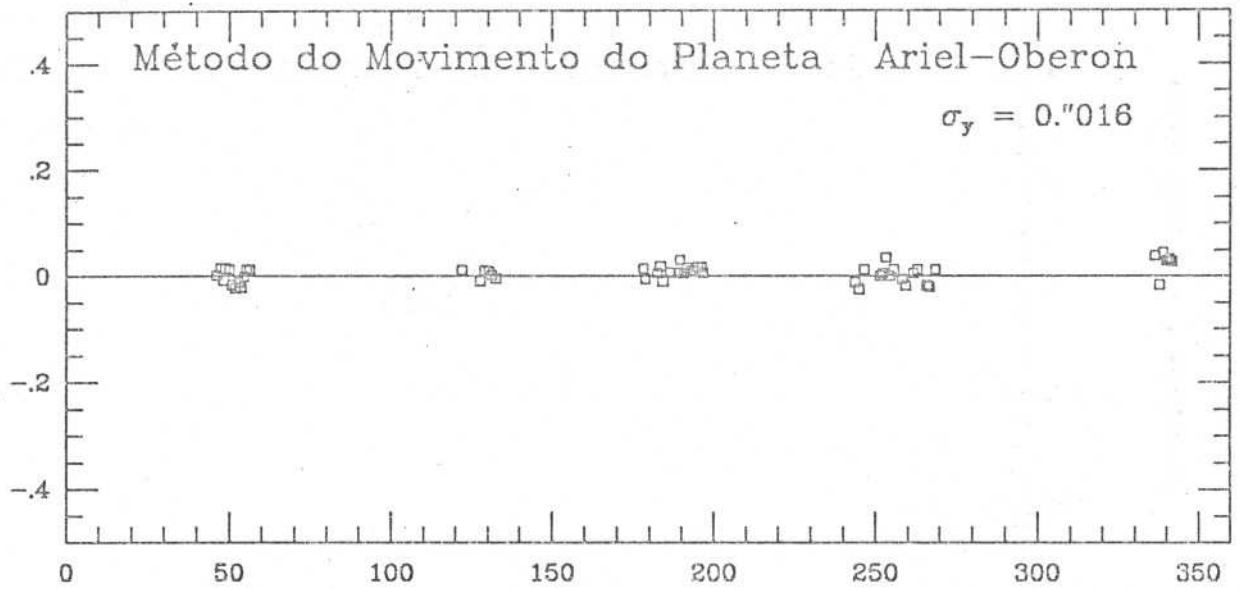
Resíduos (x) Seg. Arco



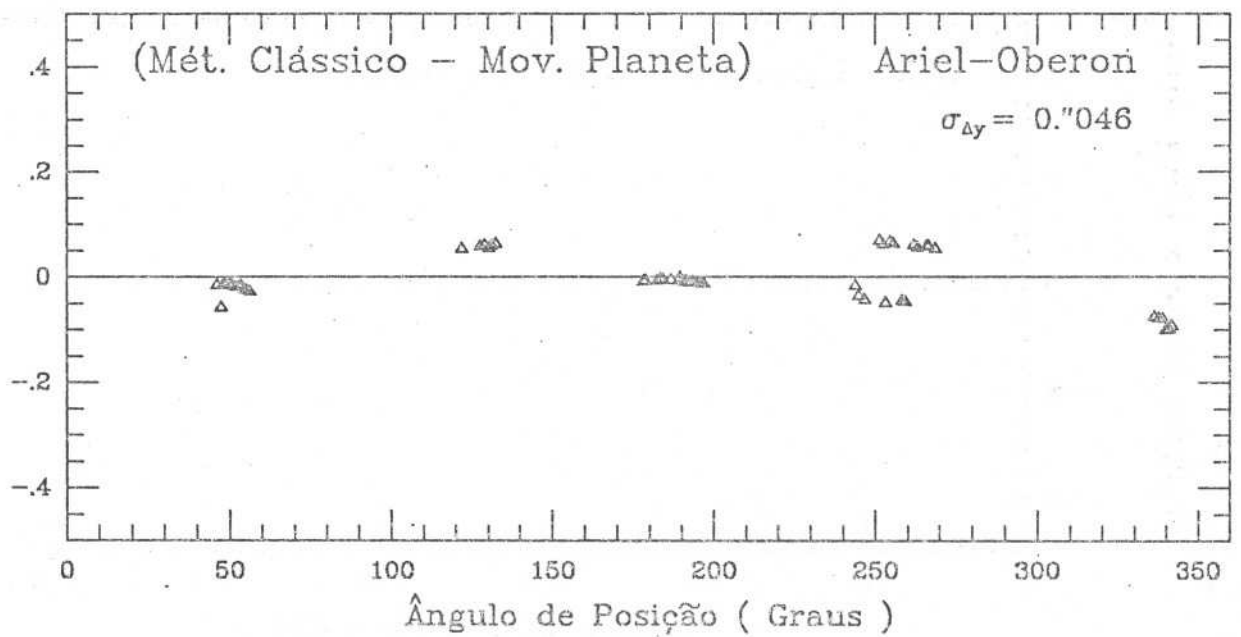
Resíduos (Delta x) Seg. Arco



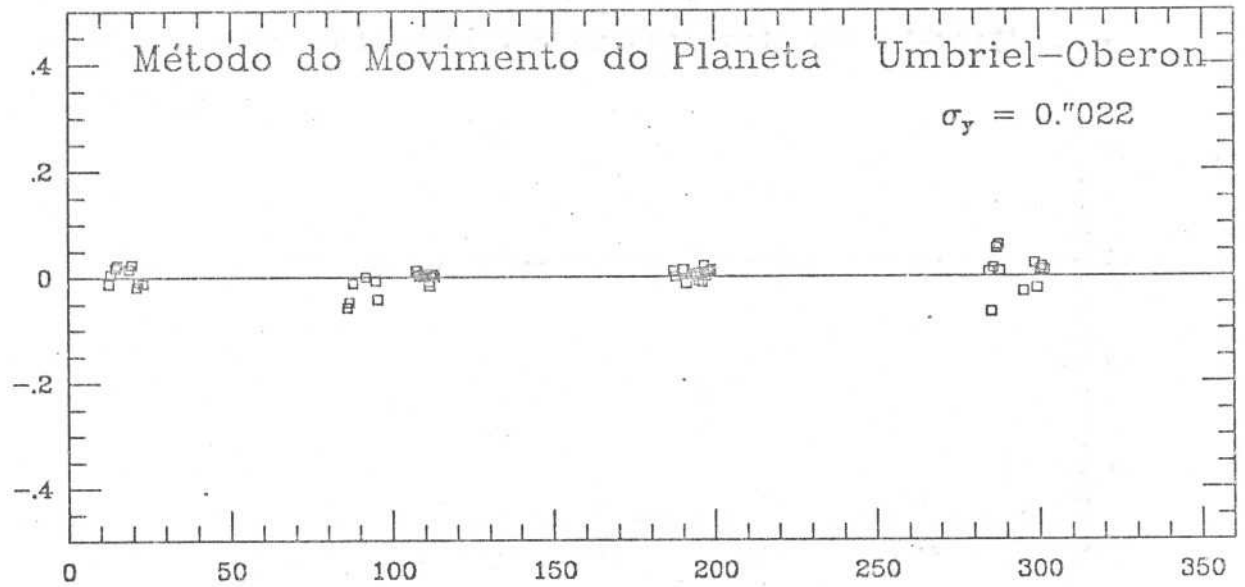
Resíduos (y) Seg. Arco



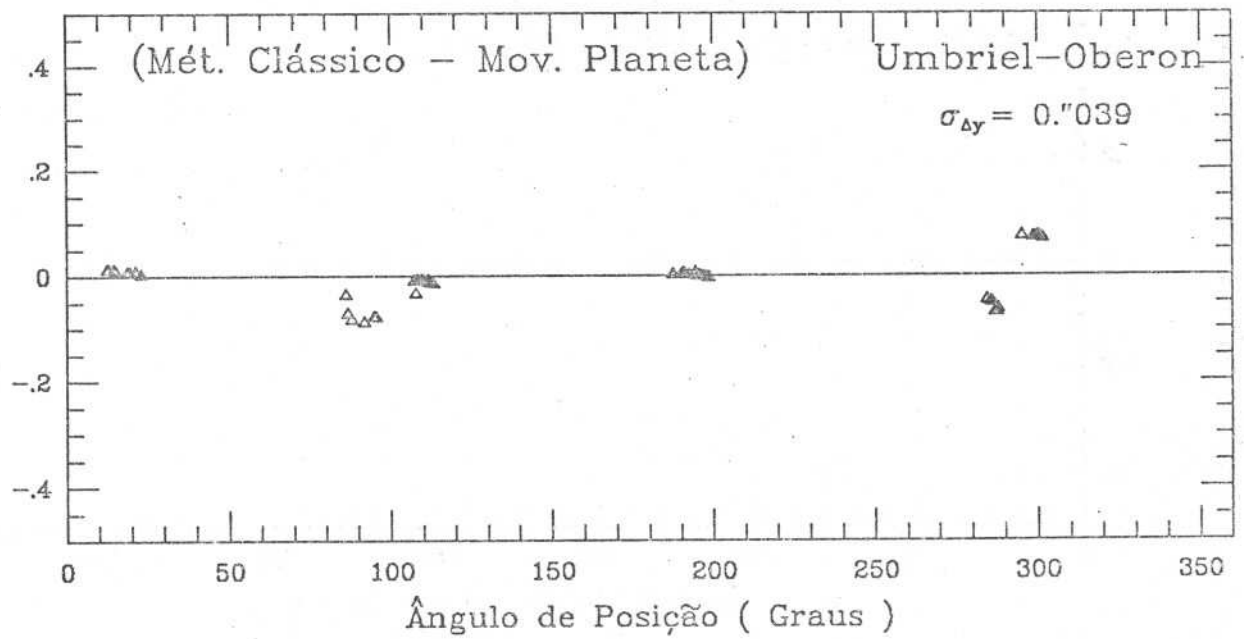
Resíduos (Delta y) Seg. Arco



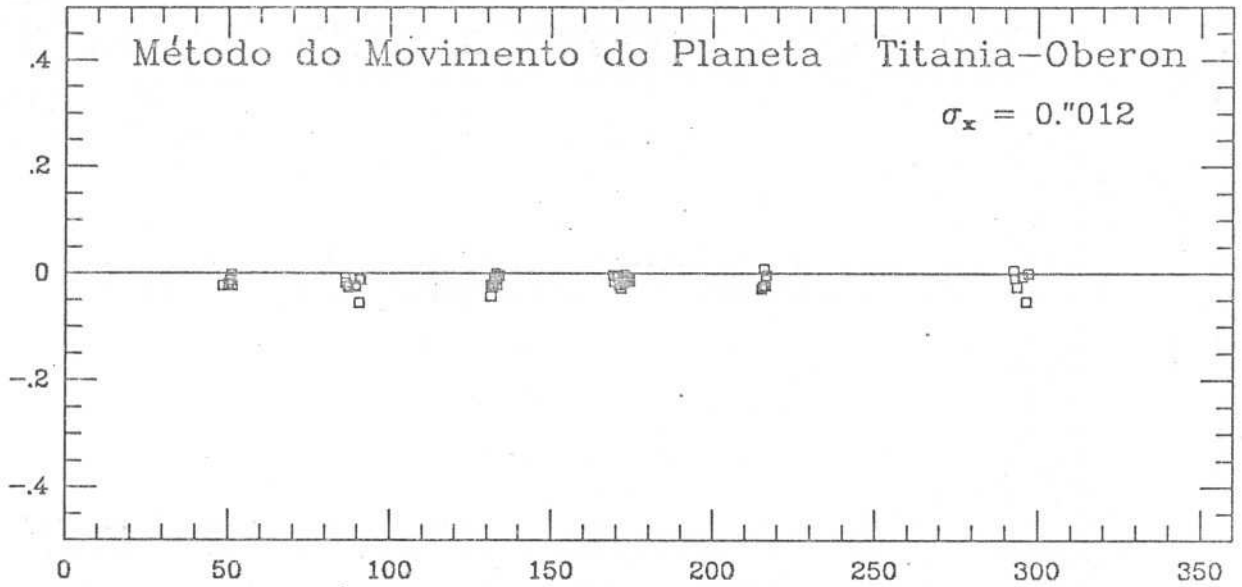
Resíduos (y) Seg. Arco



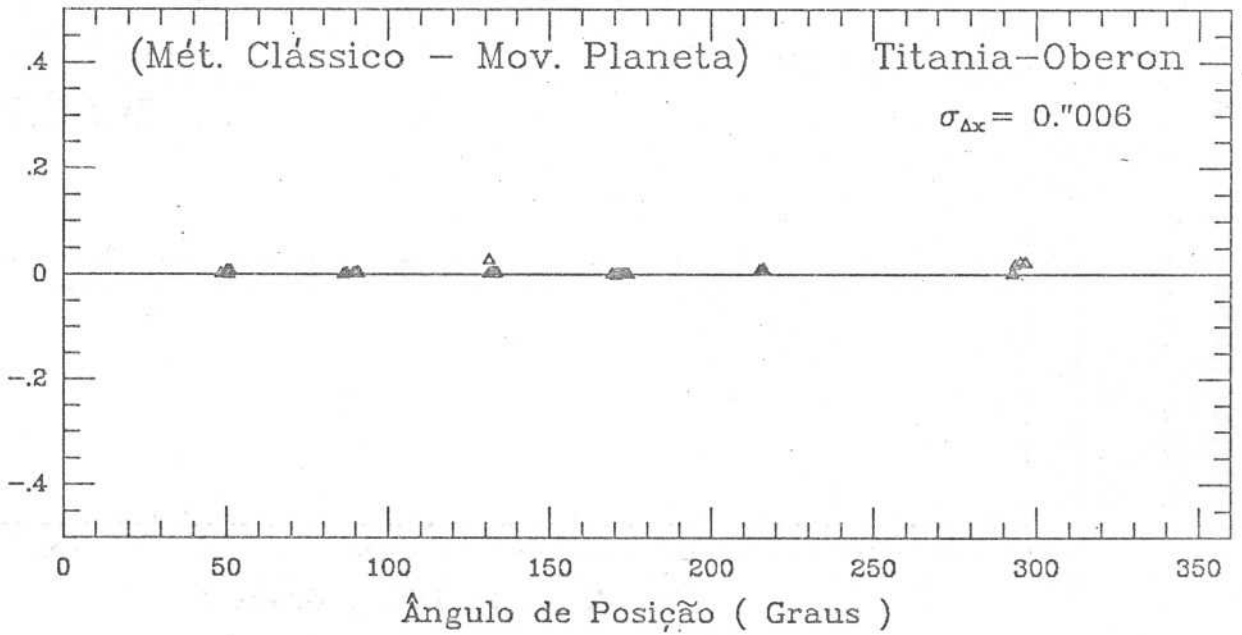
Resíduos (Delta y) Seg. Arco



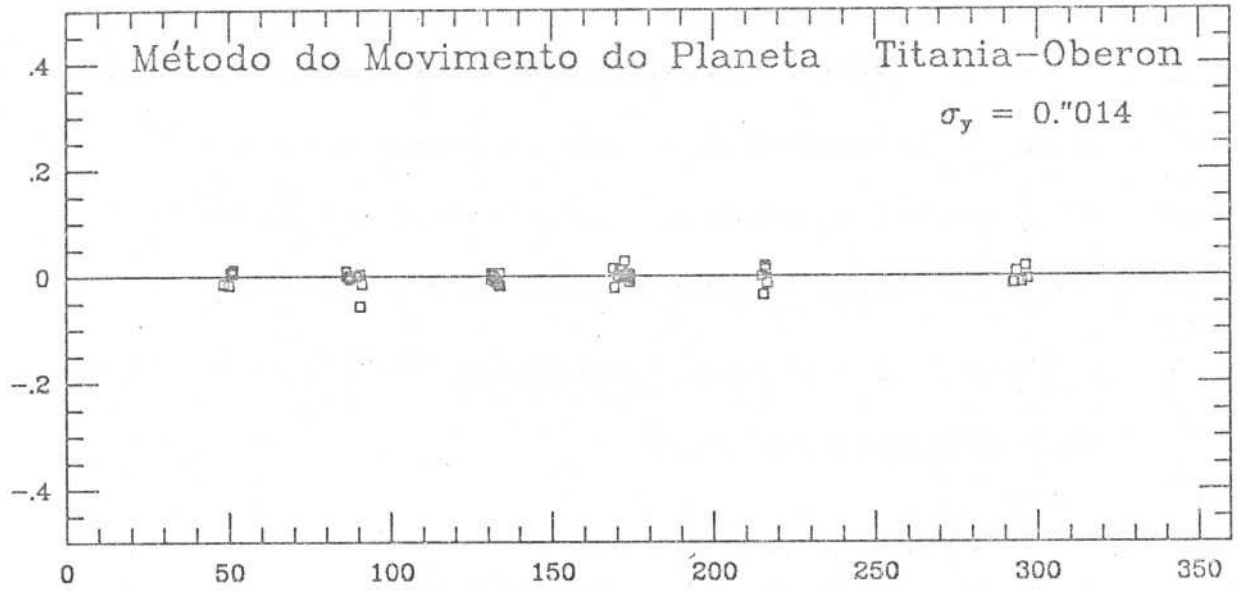
Resíduos (x) Seg. Arco



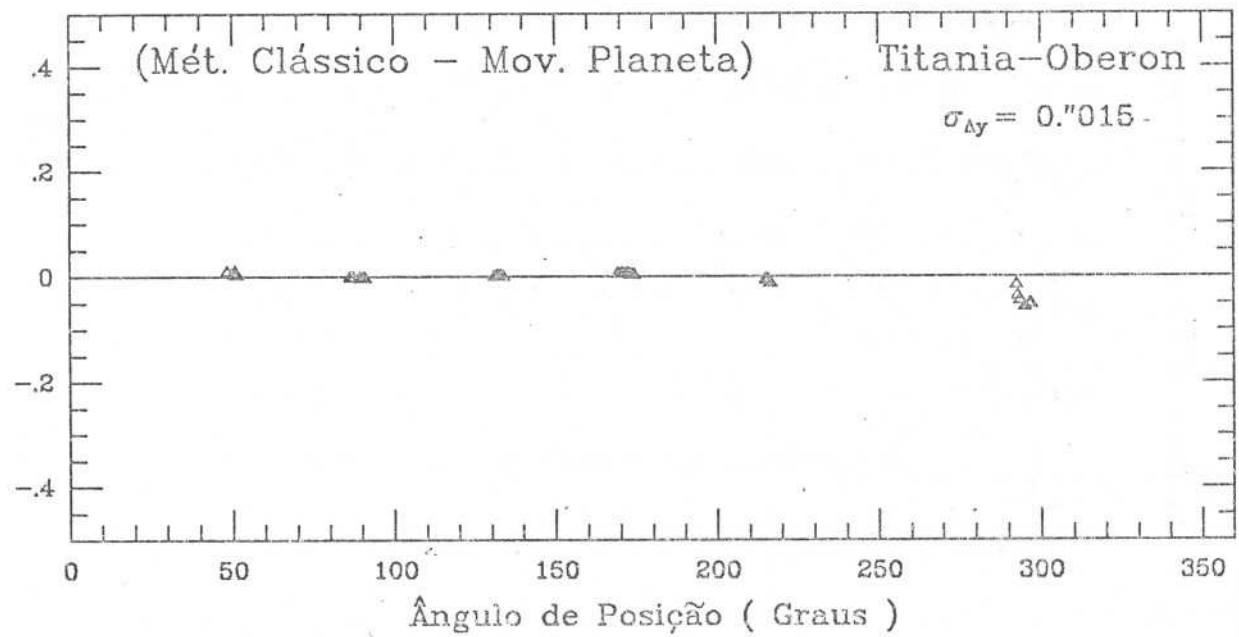
Resíduos (Delta x) Seg. Arco



Resíduos (y) Seg. Arco



Resíduos (Delta y) Seg. Arco



I.4 - Uma Simulação

Para que fôsse avaliada a eficiência do Método do Movimento do Planeta, fez-se uma simulação, com este mesmo conjunto de observações, onde foi provocada uma variação aleatória de amplitude máxima igual a $0",3$ nas posições de catálogo (secundário) das estrelas do campo. Utilizou-se este valor para a oscilação, uma vez que os erros máximos (2σ) das estrelas do campo das placas utilizadas são dessa ordem.

As posições teóricas dos satélites, obtidas para o instante médio de cada observação, foram projetadas em relação ao centro da placa. Adotou-se o mesmo procedimento quanto as posições, modificadas pela oscilação, das estrelas do campo. Com as coordenadas de catálogo das estrelas, e as suas "posições" medidas sobre a placa, aplicou-se ambos os métodos de redução a este conjunto de dados.

A simulação foi repetida por cinco vezes sendo constatado resultados da mesma ordem que os apresentados na tabela 4.

Também foi determinada uma nova média e desvio padrão para o conjunto de diferenças dos resíduos dados nas duas últimas colunas da tabela 4.

Tabela 4 - Comparação dos resultados obtidos com a Simulação

Satélites	Método Clássico		Movimento do Planeta		Diferenças	
	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y
Miranda	.002 .017	.004 .016	.000 .018	.012 .019	.002 .016	-.008 .018
Ariel	.001 .014	.003 .013	-.001 .017	.011 .018	.002 .017	-.008 .020
Umbriel	.003 .021	.004 .021	.000 .019	.013 .025	.003 .017	-.008 .021
Titania	.001 .008	.002 .009	-.001 .011	.007 .011	.002 .014	-.005 .012

Comparando-se os resultados fornecidos pela tabela 4, verifica-se que o desvio padrão da média dos resíduos dos satélites confirma a eficiência do Método do Movimento do Planeta. Observa-se que as médias em y , fornecidas por este método, são da ordem de 3 vezes as apresentadas pelo Método Clássico. No entanto, este resultado perde sua importância se considerados os valores absolutos dessas médias, que são melhores do que a precisão das medidas obtidas para cada satélite.

Para este conjunto de placas fotográficas, foi aplicado também a técnica do "Overlap" (Googe, 1970 ; Jefferys, 1962). Ressalta-se que não houve melhora na precisão das posições dos satélites.

No próximo capítulo será mostrado o tratamento que foi utilizado para a determinação do centro das imagens digitalizadas e a redução de suas posições com o Método do Movimento do Planeta.

Capítulo III

II - REDUÇÃO ASTROMÉTRICA DAS IMAGENS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos com os algoritmos de determinação do centro de imagens digitalizadas no Microdensitômetro/PDS (Photometric Densitometer System). As características principais e modo de operação deste instrumento, estão descritos em Rité e outros (1987).

A decisão em digitalizar as imagens dos planetas, satélites e estrelas do campo das placas fotográficas do sistema de Urano e Netuno, foi a perspectiva de melhora na precisão da posição destes objetos. Uma vez que parte do conjunto de placas (de Urano), apresentado neste trabalho, foi medida no coordenatógrafo Ascorecord Zeiss (Veiga, 1986; Veiga, 1987), tornou-se possível fazer uma comparação entre os resultados obtidos. O Ascorecord é um instrumento de medidas visuais, cuja precisão em posição é da ordem de $1 \mu\text{m}$.

Outra motivação para que fossem feitas as medidas fotométricas, refere-se a possibilidade de fornecer as posições dos satélites em relação ao centro do planeta, com melhor precisão que as poucas encontradas na literatura. Os instrumentos de medidas visuais não permitem que se forneça posições precisas dos centros dos planetas, devido as dimensões de suas imagens.

II.1 - Os Métodos de Medidas

Utilizou-se o conjunto de placas de Urano, para analisar os resultados fornecidos com os algoritmos de determinação do centro de imagens digitalizadas. Todas as medidas desse conjunto foram feitas no Ascorecord, com exceção das placas obtidas em 1988. Todas as placas de Netuno foram medidas somente no Microdensitômetro.

No Ascorecord as imagens dos cinco satélites de Urano considerados neste trabalho, assim como das estrelas do campo (média de 18 estrelas por placa), foram medidas no mínimo três vezes em cada placa. Considerou-se o centro determinado como sendo a média das medidas de cada imagem, desde que o desvio padrão fosse menor ou igual a $5\mu\text{m}$. Este valor corresponde a $0",065$ na escala de placa, que é da ordem da precisão dos dados utilizados na determinação dos parâmetros da teoria (Laskar, 1987). Foi adotado o critério de se excluir as medidas que estivessem fora do intervalo de $\pm 2,5\sigma$ da média. A repetição das medidas neste instrumento, se fez necessária para que se pudesse minimizar os erros pessoais.

Devido as dimensões e a definição ruim dos bordos das imagens do planeta, não foi possível fazer suas medidas com precisão adequada. Portanto, as posições dos satélites de Urano obtidas no Ascorecord são fornecidas em relação ao satélite Oberon.

Particularmente, as imagens tomadas não obedecem a um padrão ideal porque: são grandes ($\geq 2''$), devido as condições meteorológicas do sítio observacional e são também alongadas, em decorrência de problemas óticos do telescópio, acompanhamento incorreto e movimento do planeta durante a exposição.

Com base nesses fatos, a digitalização dessas imagens, através do Microdensitômetro, e posterior determinação dos centros com algoritmos comprovadamente eficazes, constituiu-se a possibilidade de melhoria da precisão da posição.

II.2 - A Determinação do Centro das Imagens

As matrizes características para as varreduras das imagens dos sistemas de Urano e Netuno, são apresentadas na tabela 5.

Tabela 5 - Características das Imagens		
Características	Urano (pixels)	Netuno (pixels)
Matrizes de varredura dos planetas	400 x 400	200 x 200
Matrizes de varredura dos satélites e estrelas do campo	80 x 80	80 x 80

Obs: 1 Pixel= $5\mu\text{m}$ ($0'',065$)

As características da imagem do satélite Miranda de Urano, não estão incluídas nesta tabela, uma vez que elas apresentam particularidades que serão apresentadas posteriormente. Utilizou-se uma fenda de $10\mu\text{m}$ e um passo de $5\mu\text{m}$, para a varredura de todos os objetos das placas.

A determinação do centro de imagens digitalizadas, através dos momentos das distribuições marginais ou pelo ajuste de Gaussianas Bidimensionais, além de ser um problema bem conhecido, fornece resultados muito precisos (Chiu, 1977 ; Auer e van Altena, 1978 e Stone, 1989).

Em geral, as imagens são previamente alisadas por um filtro bidimensional de três canais (Bevington, 1969) estendido a duas dimensões (Assafin, 1990). Apesar da melhora pouco sensível na determinação do centro de cada imagem, optou-se pelo uso do filtro uma vez que os ruídos são eliminados da imagem (Stone, 1989).

Foram testados os vários algoritmos de determinação de centro. Porém, como já foi mencionado anteriormente, as imagens das placas aqui utilizadas se apresentam alongadas contrapondo-se aos modelos de Gaussianas Bidimensionais mais utilizados, que presumem a simetria (Auer and van Altena, 1978) das imagens.

A figura 5 mostra quatro imagens características do subconjunto de placas adotado, evidenciando a necessidade de se considerar a forma assimétrica no modelo da Gaussiana. Os resíduos dos satélites (o-c) abaixo das figuras, são fornecidos em relação a Oberon. Os resíduos das estrelas, no exemplo abaixo, é obtido através do ajuste do campo estelar entre duas placas do conjunto.

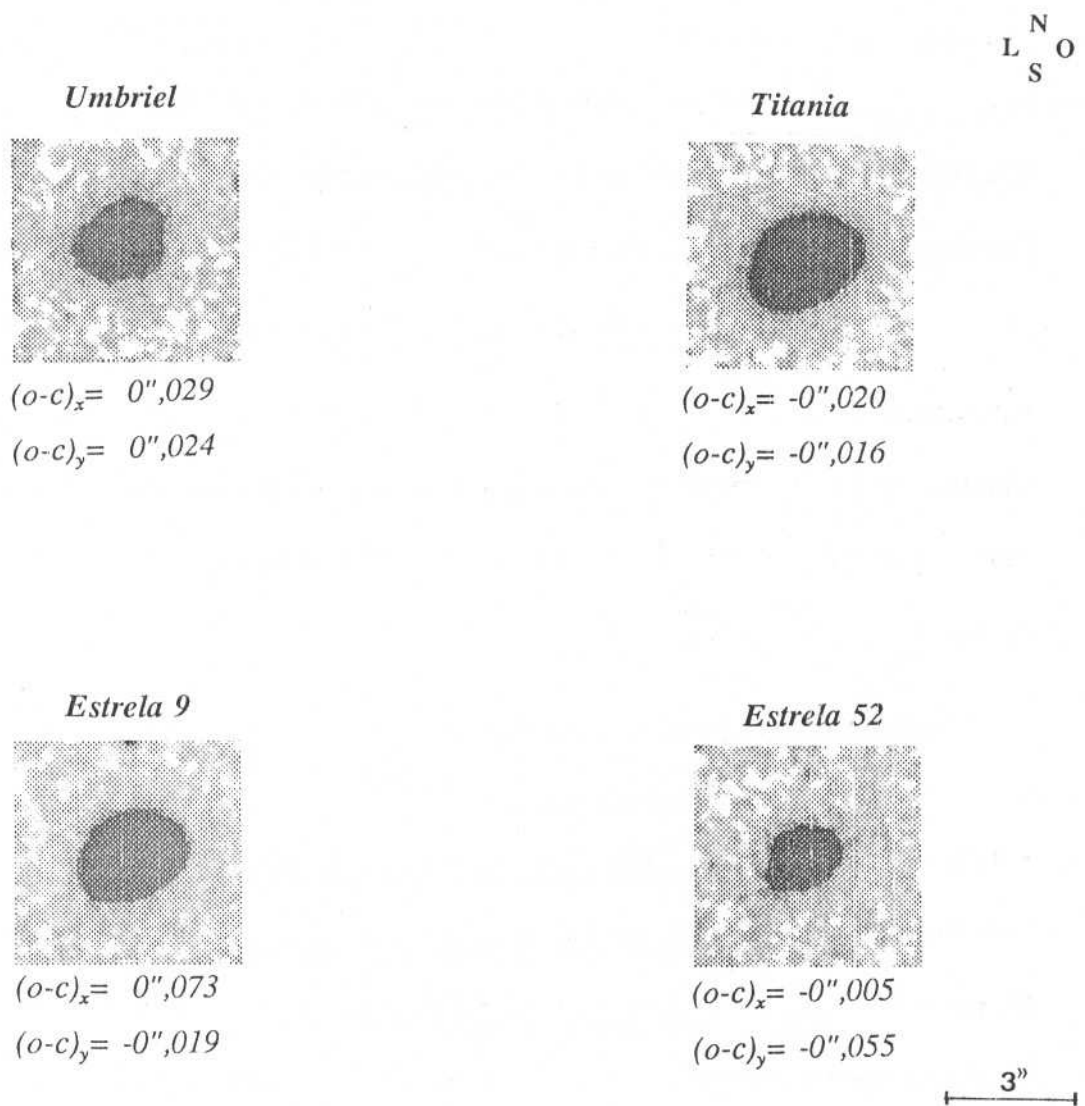


Figura 5 - Imagens características do campo das placas de Urano.
Placa nº 557 da missão de 04/06/84

Para a determinação do centro dos satélites de Urano, Netuno e Tritão e respectivas imagens das estrelas do campo das placas, adotou-se, neste trabalho, um modelo de Gaussiana que considera a assimetria das imagens. Os ajustes dessas Gaussianas foram realizados através de mínimos quadrados não lineares.

É importante colocar que o algoritmo utilizado contém uma modificação, para duas dimensões, daquele encontrado em Bevington (1969). A Gaussiana Bidimensional (Elítica) somada a um fundo de céu constante, é dada por:

$$D(x, y) = C' + h e^{-\frac{1}{2} [A(x-x_0)^2 + B(x-x_0)(y-y_0) + C(y-y_0)^2]}$$

- onde: C' Fundo de céu constante
h Altura da gaussiana
x,y Coordenadas de cada ponto da matriz
x₀,y₀ Coordenadas do centro da gaussiana
A,B,C Coeficientes do ajuste da elipse

Os parâmetros a serem ajustados são: C', h, x₀, y₀, A, B e C.

Para o ajuste da Gaussiana Bidimensional Elítica, obteve-se os seguintes valores iniciais: x_0 é o centro da distribuição marginal em x , A é a largura a meia altura da imagem na direção x ; os valores de y_0 e C foram obtidos de forma análoga e B é tomado igual a zero. A altura h é o valor da densidade do píxel da imagem que contém x_0 e y_0 . O valor de fundo de céu é igual a 1 ($C'=0,01$), que corresponde ao valor do menor passo em densidade registrado pelo Microdensitômetro (0 a 3,7).

Observou-se que a determinação dos parâmetros iniciais, a partir da distribuição marginal, fez com que a série tivesse uma convergência mais rápida, ganhando-se em tempo de processamento.

Uma vez feito o ajuste (mínimos quadrados iterativo), determinou-se os novos valores dos parâmetros. A determinação do centro é considerada atingida quando a diferença entre os resíduos do ajuste forem menores que 1% dos valores dos resíduos da última iteração, e, quando a diferença entre os resíduos da determinação do centro for menor que $0,1\mu\text{m}$. Este critério de convergência foi adotado para todos os modelos utilizados neste trabalho.

Ainda, é utilizado na determinação do centro das imagens um processo de eliminação de pixels (trimming - ver Chiu, 1977) que estejam fora de uma área elítica, a uma distância superior a 2,5 vezes o semi-eixo maior da elipse tomada a largura a meia altura da Gaussiana Bidimensional, ou seja, pixels não pertencentes a imagem, portanto que não contribuem para o ajuste do centro. Este processo foi usado unicamente para a determinação dos centros das imagens das estrelas de campo e dos satélites Ariel, Umbriel, Titania e Oberon do sistema de Urano e de Tritão do sistema de Netuno.

II.2.1 - O Problema Urano-satélite Miranda

Um caso particular no sistema de satélites de Urano, é a determinação da posição do planeta e de Miranda. A grande diferença de magnitude entre Urano e o satélite e a sua distância relativa, são os principais fatores que afetam a posição de Miranda.

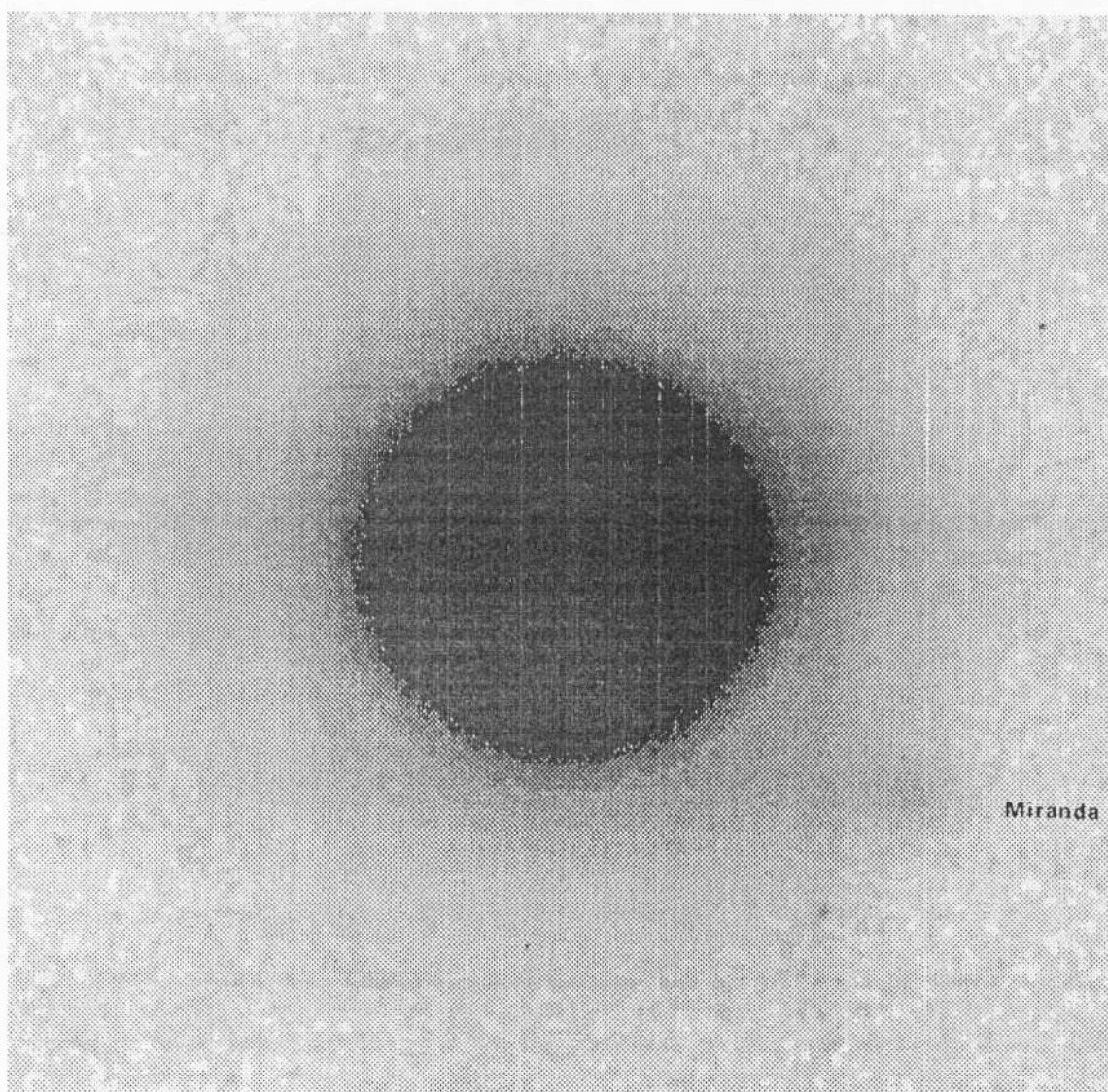
O gradiente provocado pela luz de Urano acaba por contaminar, até mesmo encobrir, as imagens de satélites muito próximos, como é o caso dos 10 novos satélites recentemente descobertos pela missão da sonda espacial Voyager 2, que passou pelo planeta em 1986 (Smith et al., 1986).

Para que fosse possível melhor observar Miranda, tomou-se algumas providências durante as observações, tais como: utilizar um telescópio com abertura e distância focal suficientes para que a imagem de Miranda ficasse o mais separada possível da imagem de Urano; hipersensibilizar as placas fotográficas, para diminuir o tempo de exposição; colocar uma máscara no suporte do espelho secundário, para modificar a figura de difração (Veiga, 1986). Mesmo assim, verificou-se que o gradiente de luz, provoca um deslocamento do centro da imagem do satélite na direção do centro do planeta, introduzindo um erro sistemático na posição de Miranda.

Este efeito não ocorre no caso de medidas visuais visto que a centragem da imagem é feita em função do contraste, que varia com a derivada segunda. Enquanto o gradiente de fundo tem derivada primeira importante, modificando assim a posição do máximo da Gaussiana de Miranda, a sua derivada segunda é pequena, pouco atuando sobre a variação do contraste da imagem.

Para retirar este efeito, considerável, da posição da imagem de Miranda em cada placa, foi feita uma única varredura onde estivesse contida a imagem do planeta e a de Miranda. A matriz de densidades ficou com a dimensão de 400 pixels por 400 pixels, com o planeta no centro (Figura 6), restando uma área de fundo de céu equivalente a 40% da matriz suficiente para permitir que se fizesse um ajuste adequado do centro da imagem do planeta.

N
L O
S



Miranda

Figura 6 - Varredura da imagem de Urano-satélite Miranda

Placa nº 615 da missão de 04/06/84

5"

II.2.2 - Determinação do Centro da Imagem de Urano e Miranda

A determinação precisa do centro das imagens de Urano e Miranda, fez com que se desenvolvesse todo um procedimento específico para tratar este problema. Uma primeira preocupação, era fazer com que o procedimento fosse totalmente impessoal e completamente automatizado computacionalmente otimizando, sobremaneira, o tempo de processamento de cada imagem.

O centro da imagem do planeta foi determinado utilizando-se o modelo de uma Gaussiana Bidimensional Simétrica com fundo constante. Para a determinação do centro dessas imagens eliminou-se, da matriz, uma área quadrada (40 pixels por 40 pixels) em torno da posição do satélite, fazendo-se então o ajuste do centro da imagem do planeta.

A posição teórica de Miranda e a posição do centro do planeta são conhecidas, aproximadamente, em cada matriz de densidade. O processo de eliminação da imagem de Miranda foi iterativamente melhorado, à medida que a determinação do centro do planeta ia atingindo a precisão, mencionada anteriormente.

A eliminação de Miranda do ajuste, foi feita para que a determinação do centro do planeta não tivesse contribuição da imagem do satélite. O mesmo critério de eliminação adotou-se para Ariel, uma vez que dependendo da sua elongação a imagem deste satélite acaba sendo incluída na varredura (Figura 7).

Na verdade, por ser o número de pixels das imagens de Miranda e Ariel, relativamente muito menores que os da imagem do planeta, a contribuição destes dois satélites no ajuste do centro de Urano é muito pequena.

Observa-se que a imagem de Urano fica saturada na placa fotográfica, extrapolando o limite de saturação do Microdensitômetro, que é de 3,7. Portanto, os pixels acima desse limite foram previamente retirados de cada imagem, antes do processo de ajuste do centro.

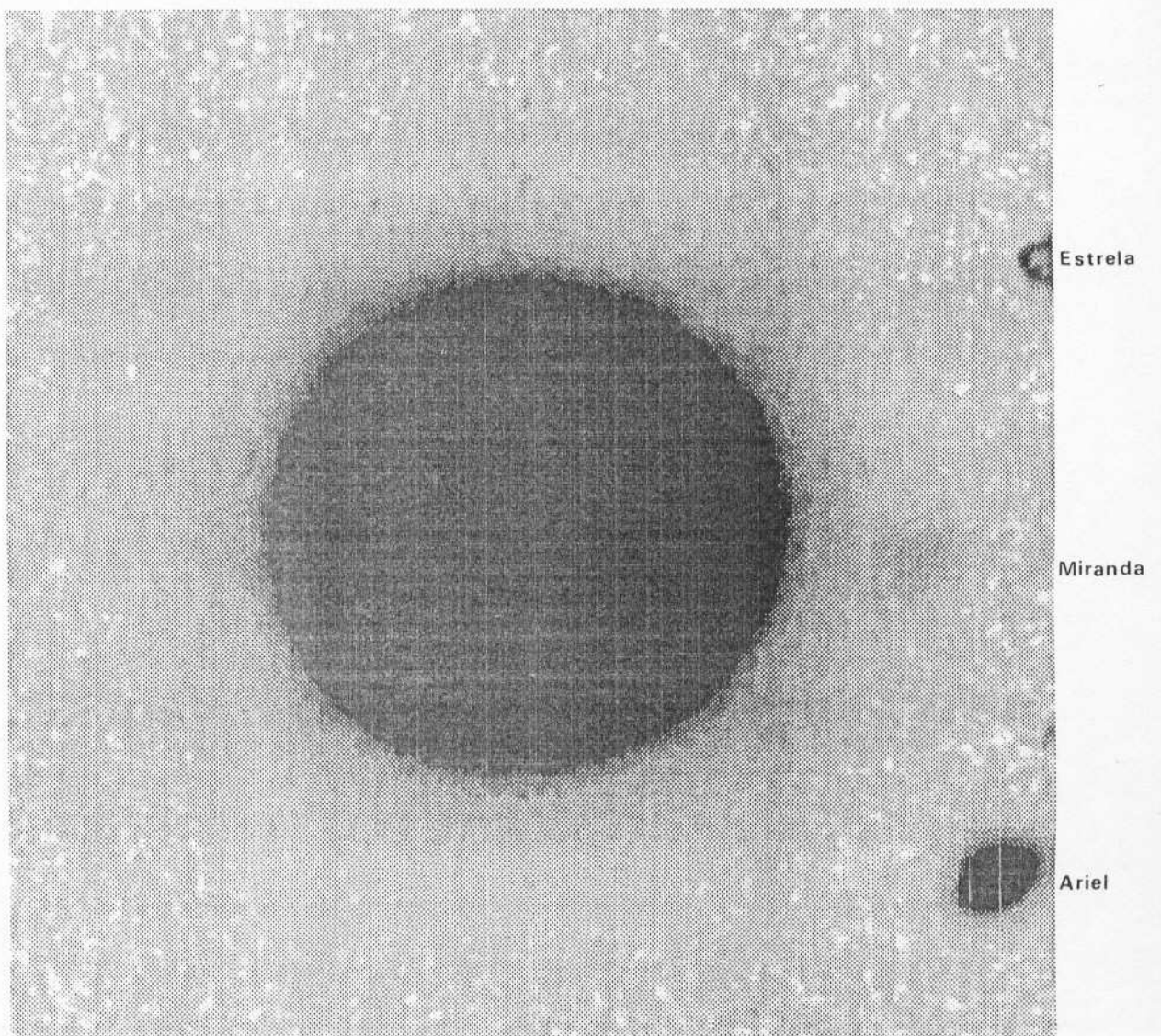


Figura 7 - Eliminação das imagens dos satélites Miranda e Ariel da varredura para a determinação do centro da imagem de Urano. Placa nº 557 da missão de 04/06/84

Figura 8 - Imagem tridimensional da figura 7, mostrando o gradiente de luz sobre o satélite Miranda

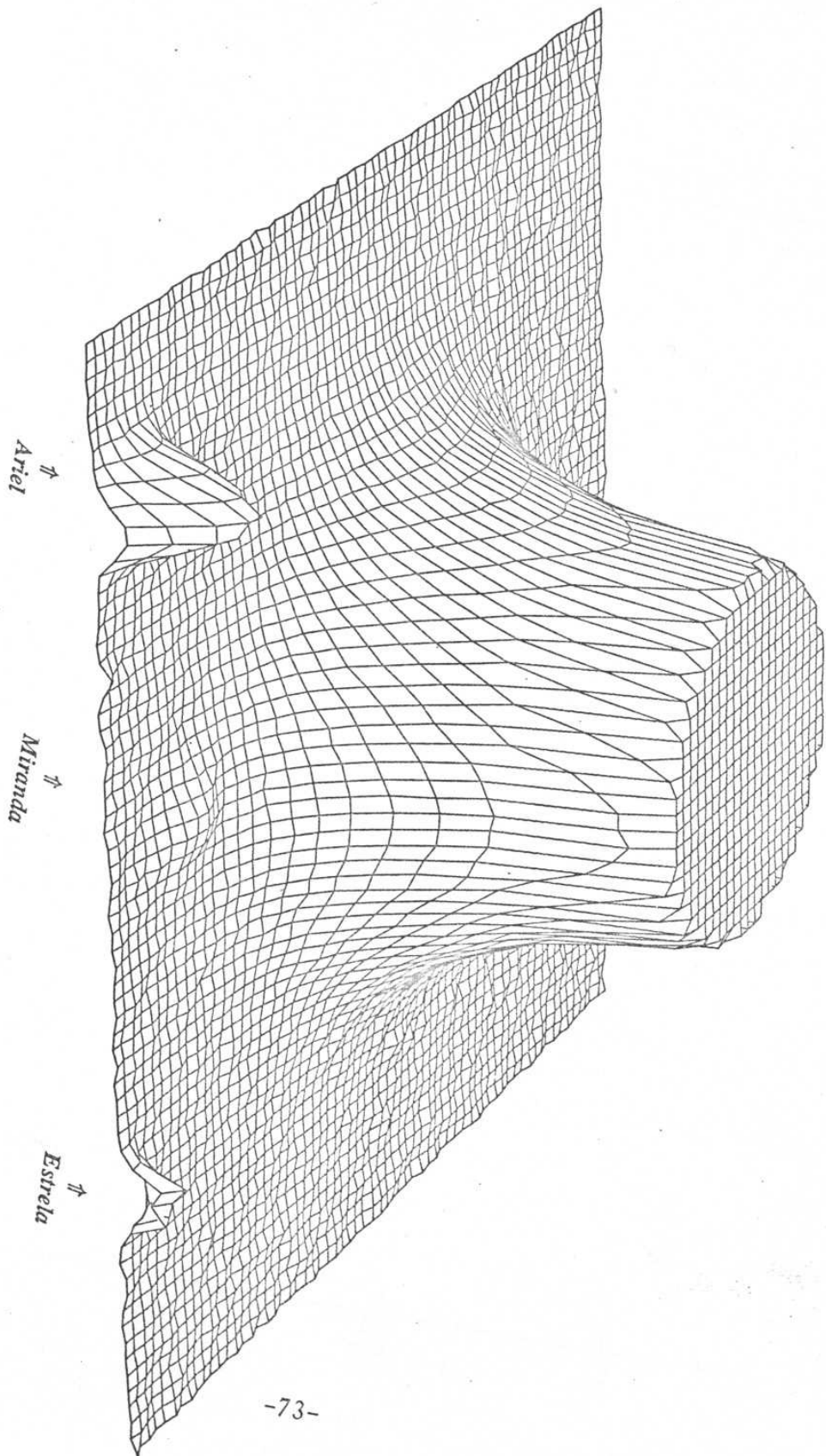
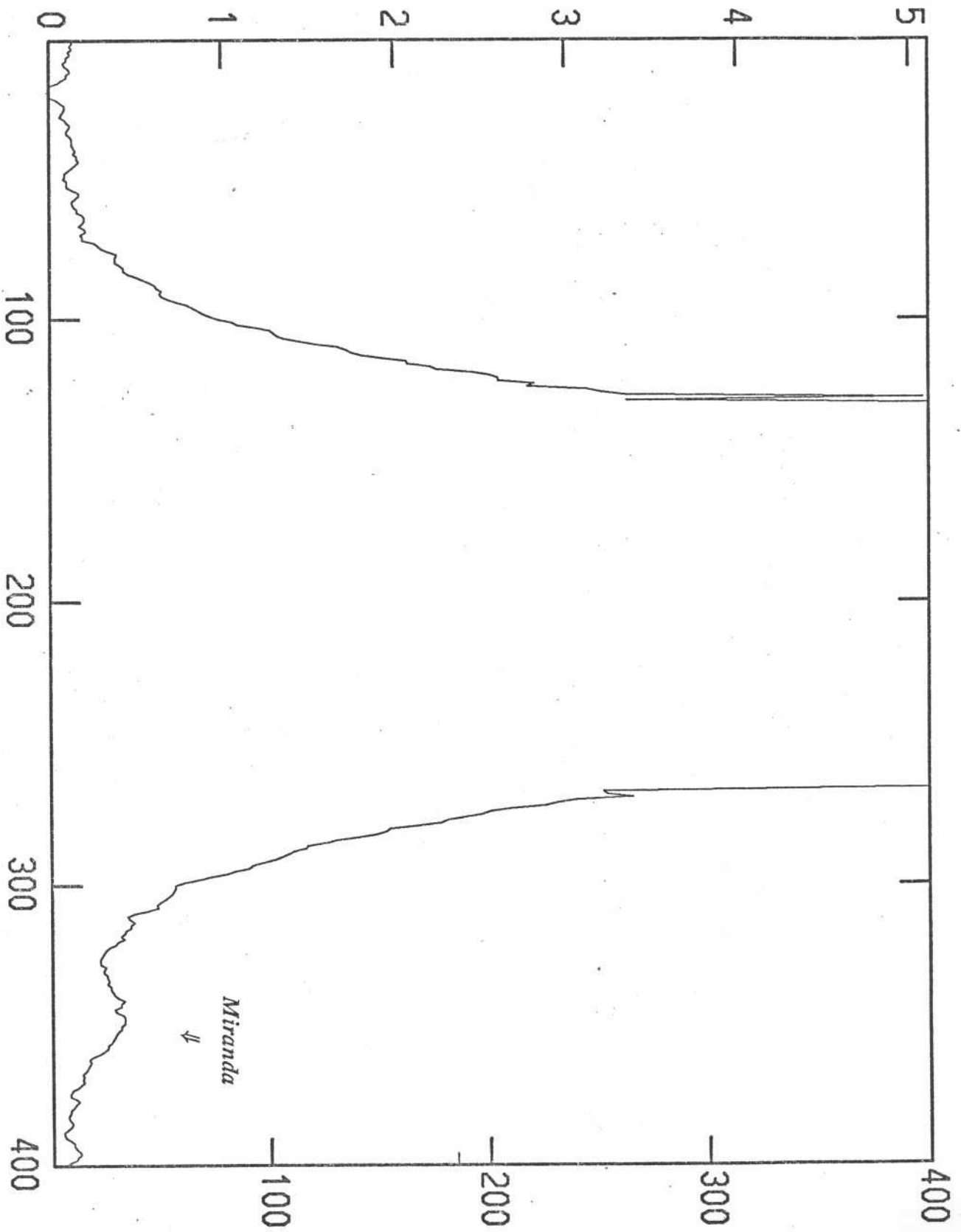


Figura 9 - Corte transversal da figura 7 na direção Urano-satélite Miranda



A partir do centro da imagem de Urano e da direção x ou y, fez-se o rebatimento da matriz, pixel a pixel. A escolha do eixo de rebatimento foi realizada de modo que a imagem de Miranda estivesse o mais afastada possível do eixo escolhido. Os pixels rebatidos foram subtraídos daqueles que superpõem. Restaram portanto, onde foi feita esta operação, apenas pixels com valores do fundo de céu e os que formam a imagem de Miranda (Figura 10).

Em torno do centro da imagem de Miranda, abriu-se uma caixa (80 pixels por 80 pixels), cujos valores de densidade foram guardados em uma nova matriz (Figura 13) para posterior processamento.

Desse modo era de se esperar que o gradiente de luz do planeta fosse eliminado. Porém, feitas as reduções da posição de Miranda, com a Gaussiana Bidimensional Elítica com fundo constante, obteve-se resultados satisfatórios, todavia não significantes em relação aos obtidos com outros tipos de ajustes.

N
L O
S

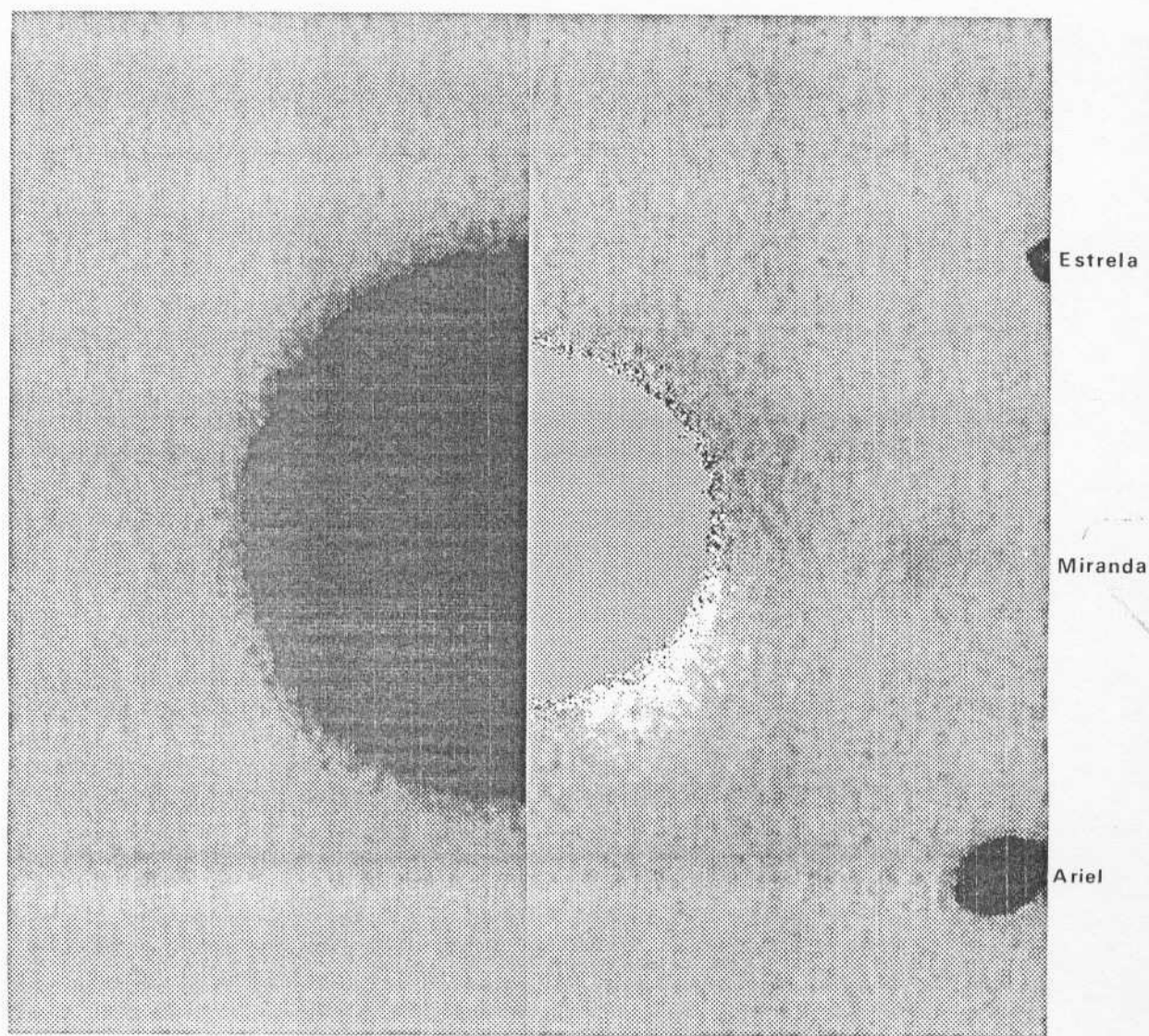


Figura 10 - Rebatimento da imagem de Urano

5^{''}

Figura II - Imagem tridimensional da figura 10, mostrando a eliminação do gradiente de luz sobre a imagem do satélite Miranda

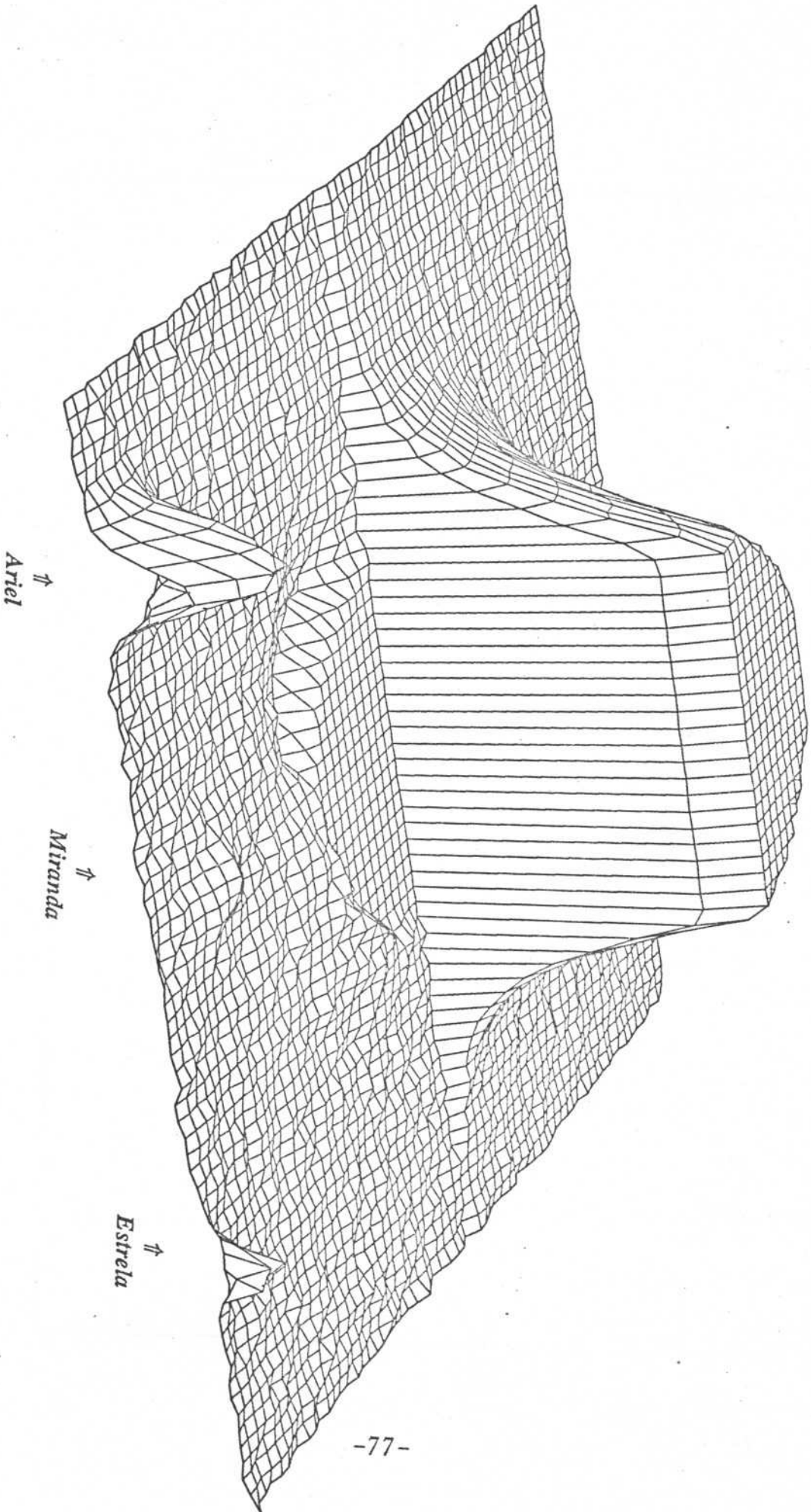
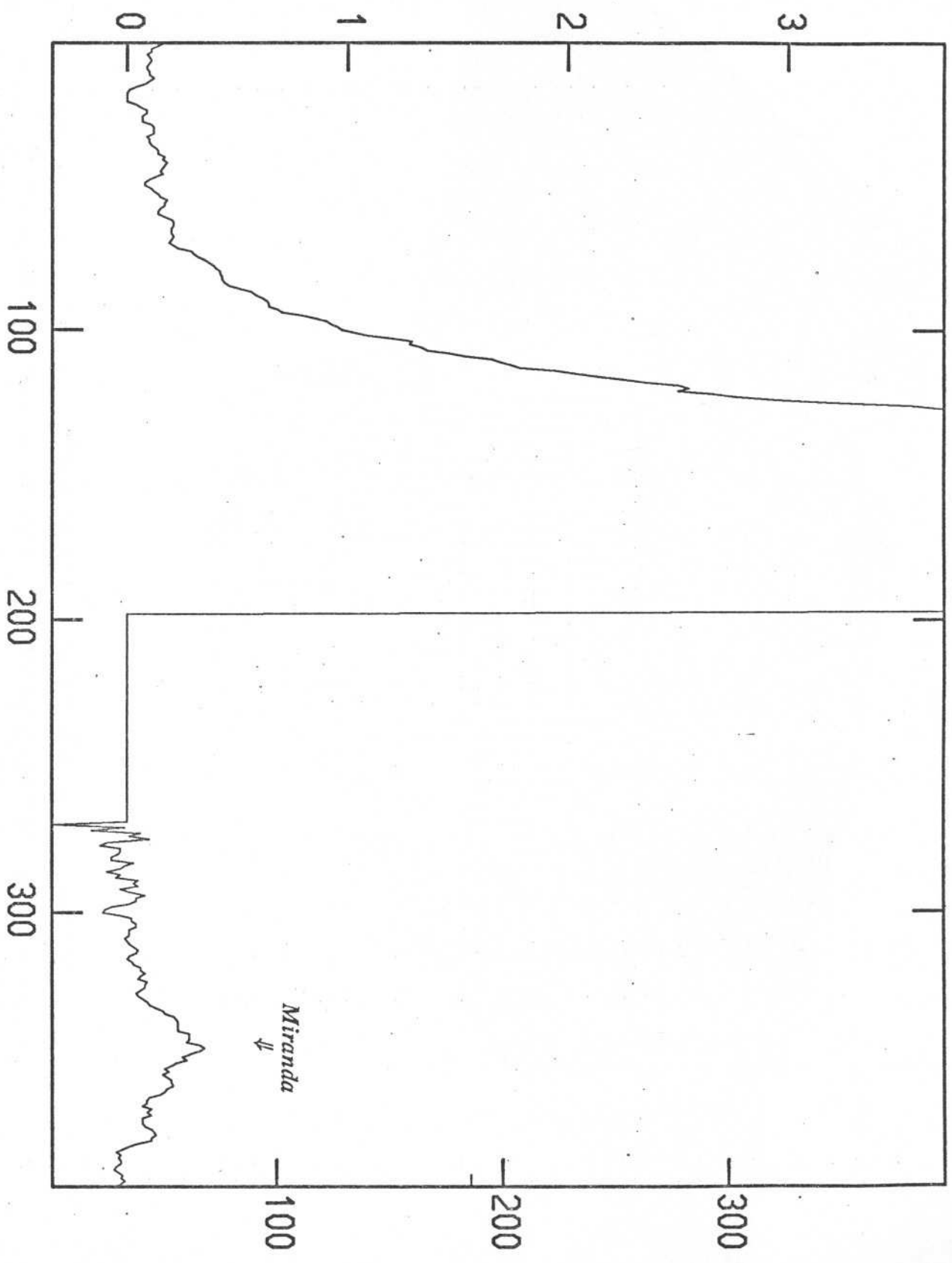
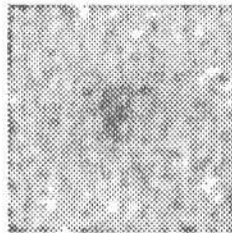


Figura 12 - Corte transversal da figura 10 na direção Urano-satélite Miranda



N
L O
S

Miranda



$$(o-c)_x = -0'',090$$

$$(o-c)_y = 0'',045$$

3''

*Figura 13 - Imagem do satélite Miranda após o processo de rebatimento
da imagem de Urano. Placa nº 557 da missão de 04/06/84*

Verificou-se que, apesar deste modelo ser correto, não se pôde aplicá-lo às imagens do satélite já que o número de pixels da imagem de Miranda, em geral, era da ordem do número de parâmetros da gaussiana utilizada, sendo insuficiente para se obter um ajuste mais adequado de seu centro.

Notou-se também que, na maior parte das imagens do satélite, havia uma tendência no fundo de céu, atribuído, ainda, a um gradiente residual de luz provocado pelo planeta. Adotou-se então o modelo de uma Gaussiana Bidimensional Simétrica com fundo plano inclinado, para se determinar o centro das imagens de Miranda. O mesmo modelo foi adotado para a determinação do centro das imagens de Ariel, pelas mesmas evidências encontradas nas imagens de Miranda, ainda que em escala menor.

A título de comparação, foi feita uma redução com os centros das imagens de Miranda utilizando o algoritmo dado por D. Pascu et al (1987), que fornece a expressão de uma Gaussiana Bidimensional Simétrica com um fundo quadrático. Os resultados se mostraram excessivamente deficientes, tornando-se evidente não ser este o melhor modelo. Pascu, que não elimina a contribuição de luz de Urano, se utiliza de três tamanhos de caixas em torno de Miranda para fazer o ajuste de seu centro, escolhendo o melhor resultado, o que torna o modelo pouco geral e o procedimento de redução muito pessoal.

Os programas de redução das imagens foram escritos em linguagem FORTRAN IV para microcomputadores do tipo Personal Computer. As imagens digitalizadas foram armazenadas num disco rígido, e reduzidas automaticamente uma a uma, via Batch.

A tabela 6 fornece alguns parâmetros computacionais da redução, baseados no conjunto de dados apresentado neste trabalho.

Tabela 6 - Alguns parâmetros para o processamento das imagens		
Características	Imagens dos Sistemas de Satélites	
	Urano	Netuno
Número de placas	173	38
Número de satélites/placa	5	1
Número de estrelas/placa (Média)	25	25
Espaço ocupado em disco (Mbytes)	128	15
Tempo de processamento de cada placa (Média)	1 ^h 30 ^m	1 ^h 00 ^m

Os dados computacionais referem-se ao microcomputador IBM/PC AT 386, com capacidade de armazenamento no disco rígido (Winchester) de 160 Mbytes, velocidade de processamento de 25 Mhz e memória RAM expandida para 4 Mbytes.

Vale dizer que não se está supervalorizando o uso do computador ao se fornecer algumas de suas características, mas certamente esta ferramenta foi de fundamental importância para a execução deste trabalho.

II.3 - Discussão dos Resultados

Apresenta-se neste tópico uma comparação entre os resultados obtidos com os ajustes feitos através dos momentos das distribuições marginais - Gaussianas Bidimensionais Simétricas com fundo constante - Gaussianas Simétricas com fundo plano inclinado - e os resultados apresentados neste trabalho.

Uma outra comparação também foi realizada entre os resultados obtidos com os algoritmos acima e os obtidos através das medidas feitas no coordenatógrafo Ascorecord.

Nas tabelas seguintes serão mostradas as médias e desvio padrão dos resíduos ($\Delta\alpha\cos\delta$ e $\Delta\delta$) de cada satélite, em segundos de arco. Os resultados destas tabelas foram obtidos a partir da redução feita com o Método do Movimento do Planeta (Método Intrínscico) e o Método Clássico.

II.3.1 - Satélites de Urano

Os resíduos contidos na tabela 7 são dados em relação ao planeta. Em geral, estes resíduos são fornecidos em relação a um satélite do sistema, no caso, o satélite Oberon (Tabela 8), uma vez que a precisão das medidas do centro do planeta é deficiente quando feitas em instrumentos de medidas visuais.

A partir das varreduras das imagens nas placas fotográficas, foi possível obter resultados de considerável qualidade para os satélites, em relação a Urano, propiciados pelo procedimento de redução do centro das imagens do planeta e satélites. A consequência disso é ser possível obter a posição do satélite Oberon.

Nas tabelas 7 e 8 são comparados os resultados obtidos entre os vários algoritmos utilizados ficando evidente que o modelo da Gaussiana Bidimensional Simétrica com fundo plano inclinado, aplicado às imagens dos satélites Miranda e Ariel foi o que proporcionou melhores resultados. Ressalta-se que este modelo foi usado somente para estes dois satélites, pelas evidências do fundo de céu e/ou número de pixels das imagens. Os resultados estão em segundos de arco.

Para os outros satélites e estrelas do campo das placas, os resultados com Gaussianas Bidimensionais Elípticas com fundo constante se mostraram melhores.

Existem muito poucos resultados de observações desses satélites, fornecidos em relação ao planeta, exatamente pela dificuldade de medir, com precisão, o centro da imagem de Urano.

Tabela 7 - Resíduos dos satélites em relação a Urano (173 placas)

Satélites		Placas reduzidas com o Método do Movimento do Planeta													
		Distribuição Marginal		Gaussianas Bidimensionais						Simétrica + Fundo Inclinado					
				Simétrica + Fundo Constante		Elítica + Fundo Constante									
$\langle x \rangle$	σ_x	$\langle y \rangle$	σ_y	$\langle x \rangle$	σ_x	$\langle y \rangle$	σ_y	$\langle x \rangle$	σ_x	$\langle y \rangle$	σ_y	$\langle x \rangle$	σ_x	$\langle y \rangle$	σ_y
Miranda	.039	.000	.033	.000	.041	.000	.003	.041	.038	.012	.003	.038	.038	.008	.008
	.121	.103	.140	.117	.113	.117	.084	.113	.113	.084	.084	.109	.109	.085	.085
Ariel	.038	.011	.034	.012	.038	.012	.012	.038	.038	.012	.012	.033	.033	.012	.012
	.061	.051	.061	.052	.058	.052	.049	.058	.058	.049	.049	.057	.057	.048	.048
Umbriel	.042	.012	.041	.016	.044	.016	.013	.044	.044	.013	.013	.044	.044	.013	.013
	.061	.051	.067	.054	.062	.054	.050	.062	.062	.050	.050	.062	.062	.050	.050
Tirania	.039	.005	.039	.006	.041	.006	.005	.041	.041	.005	.005	.041	.041	.005	.005
	.057	.048	.067	.050	.058	.050	.047	.058	.058	.047	.047	.058	.058	.047	.047
Oberon	.047	.005	.047	.006	.048	.006	.007	.048	.048	.007	.007	.048	.048	.007	.007
	.057	.048	.071	.056	.061	.056	.046	.061	.061	.046	.046	.061	.061	.046	.046

Tabela 8 - Resíduos dos satélites em relação a Oberon (173 placas)

		Placas reduzidas com o Método do Movimento do Planeta												
		Distribuição Marginal				Gaussianas Bidimensionais								
		Simétrica + Fundo Const.		Elítica + Fundo Const.		Simétrica + Fundo Inclinado		Elítica + Fundo Const.		Simétrica + Fundo Inclinado				
Satélites	$\langle x \rangle$	σ_x	$\langle y \rangle$	σ_y	$\langle x \rangle$	σ_x	$\langle y \rangle$	σ_y	$\langle x \rangle$	σ_x	$\langle y \rangle$	σ_y		
Miranda	-0.08	.101	-0.006	.096	-0.014	.124	-0.006	.109	-0.007	.089	-0.003	.070	-0.010	.063
Ariel	-0.009	.043	.005	.023	-0.012	.046	.006	.024	-0.010	.035	.005	.019	-0.015	.017
Umbriel	-0.005	.029	.007	.024	-0.006	.041	.010	.048	-0.004	.028	.006	.024	-0.004	.024
Titania	-0.008	.022	-0.001	.015	-0.008	.022	.000	.024	-0.007	.021	-0.001	.013	-0.007	.021

Para comparar os resultados dos satélites, obtidos neste trabalho em relação ao centro do planeta, adotou-se como referência o trabalho de Walker (1978), onde estão publicadas as posições dos satélites de Urano, obtidas entre 1975 e 1977, em 25 placas. Walker utilizou as posições das estrelas do catálogo SAO (Smithsonian Astrophysical Observatory, 1966) para determinar o sistema de referência.

Para esta comparação foi utilizado somente o conjunto de 55 placas, obtidas em uma missão de 1984 no Laboratório Nacional de Astrofísica, pois se dispunha das coordenadas das estrelas de referência do campo destas placas. Tais coordenadas foram obtidas a partir do catálogo Perth 70 (Hog e von der Heide, 1976), usado para definir o sistema de referência. Os centros das imagens foram determinados com os mesmos algoritmos que forneceram os resíduos das duas últimas colunas da tabela 7.

Na tabela 9 é mostrada a comparação do resultados, dados em segundos de arco, das observações deste trabalho com as de Walker. A teoria utilizada para ambos os conjuntos de observações foi a GUST86.

Tabela 9 - Comparação com as observações de Walker

		Placas reduzidas com o Método Clássico			
		Walker (25 placas)		Este trabalho (55 placas)	
Satélites		$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y
Miranda		.088 .350	-.043 .238	.061 .088	-.007 .071
Ariel		.130 .099	-.029 .085	.054 .035	.004 .051
Umbriel		.119 .074	.006 .060	.068 .036	-.004 .045
Titania		.110 .086	-.026 .087	.059 .032	-.003 .048
Oberon		.090 .082	-.002 .086	.070 .035	.003 .053

Na tabela 10 foi feita uma comparação dos resíduos, obtidos com o método clássico, utilizando-se as medidas tomadas através do Ascorecord e no Microdensitômetro. As estrelas do campo são comuns aos dois conjuntos de medidas. O sistema de referência é definido pelo catálogo Perth 70. Foram utilizadas as 55 placas da missão de 1984.

Tabela 10 - Comparação dos resultados obtidos com as medidas feitas com o Ascorecord e o Microdensitômetro (55 placas) (1984)				
	Placas reduzidas com o Método Clássico			
	Ascorecord		Gauss. Bidim. Simétrica + Fundo Inclinado	
	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y
Satélites				
Miranda	-.004 .133	.003 .128	-.009 .080	-.009 .068
Ariel	-.017 .053	.012 .075	-.016 .026	-.001 .043
Umbriel	-.012 .067	.006 .074	-.002 .023	-.006 .047
Titania	.008 .044	-.006 .040	-.011 .012	-.005 .020

Obs: As médias e desvios padrão são dados em segundos de arco.

Finalmente, na tabela 11, são comparados todos os resultados entre os resíduos fornecidos com medidas visuais e os obtidos com as medidas das imagens digitalizadas do sistema de satélites de Urano. Foram envolvidas 145 placas nesta comparação, uma vez que as placas obtidas em 1988 não foram medidas no Ascorecord.

Fica evidente na tabela 11, que os resíduos fornecidos com os algoritmos da Distribuição Marginal ou Gaussianas Bidimensionais são sempre melhores que os obtidos com as medidas feitas no Ascorecord.

Tabela 11 - Comparação dos resultados obtidos com o Ascorecord e o Microdensitômetro (145 placas)

Placas reduzidas com o Método do Movimento do Planeta		Gaussianas Bidimensionais											
		Ascorecord		Distribuição Marginal		Simétrica + Fundo Constante		Elítica + Fundo Constante		Simétrica + Fundo Inclinado			
		$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y		
Satélites													
Miranda		-0.039	.008	-0.016	-0.007	-0.025	-0.009	-0.016	-0.004	-0.020	.000		
		.135	.116	.088	.093	.122	.115	.073	.068	.070	.063		
Ariel		-0.003	.016	-0.013	.006	-0.017	.006	-0.014	.006	-0.019	.005		
		.047	.057	.042	.022	.122	.024	.034	.018	.028	.016		
Umbriel		.007	.018	-0.008	.006	-0.010	.009	-0.008	.005	-0.008	.005		
		.055	.081	.029	.024	.043	.052	.028	.024	.028	.024		
Titania		.007	.007	-0.011	-0.011	-0.011	.000	-0.011	-0.001	-0.011	-0.001		
		.040	.040	.015	.013	.015	.024	.014	.012	.014	.012		

As médias e os desvios padrão estão dados em segundos de arco.

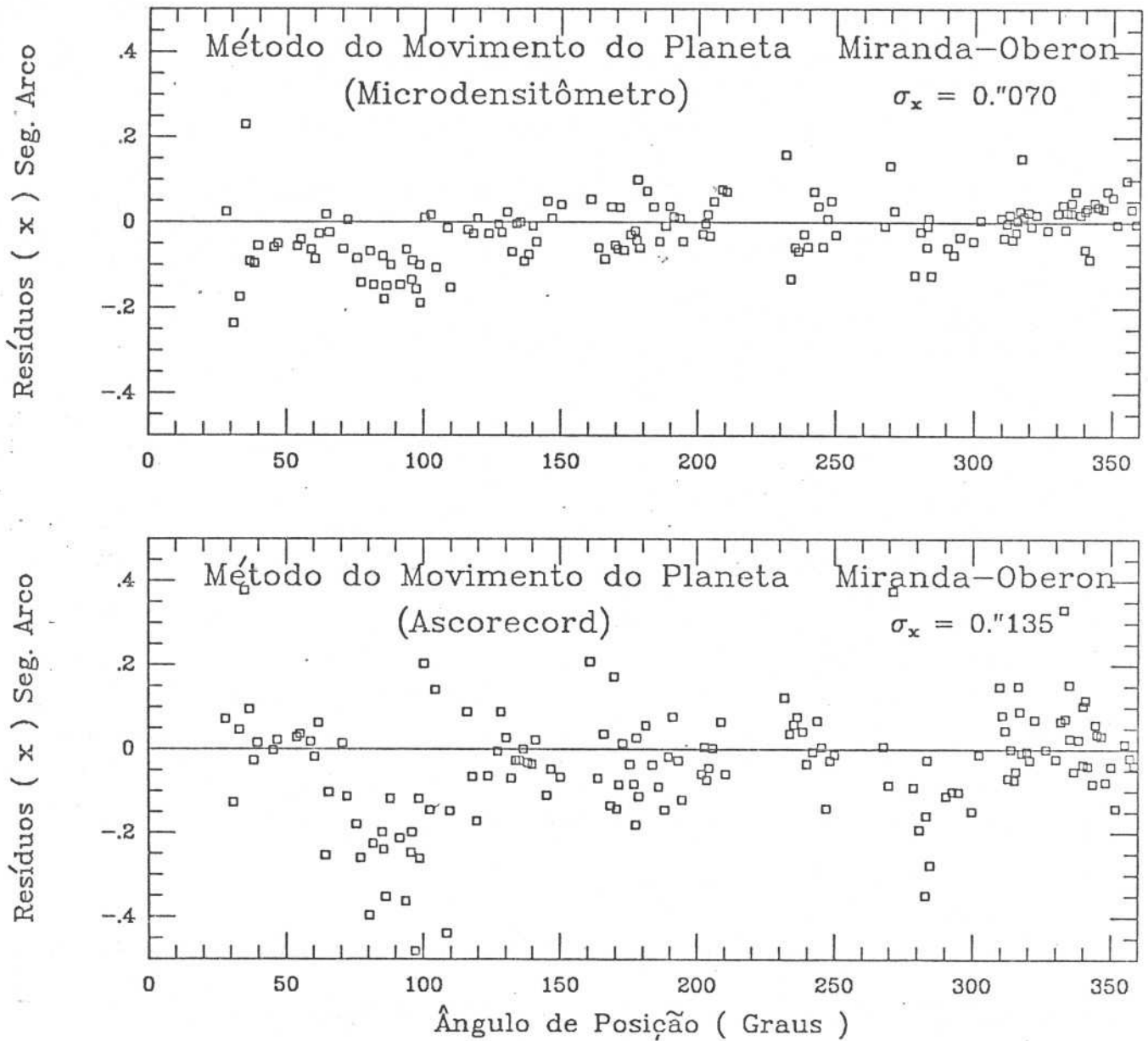
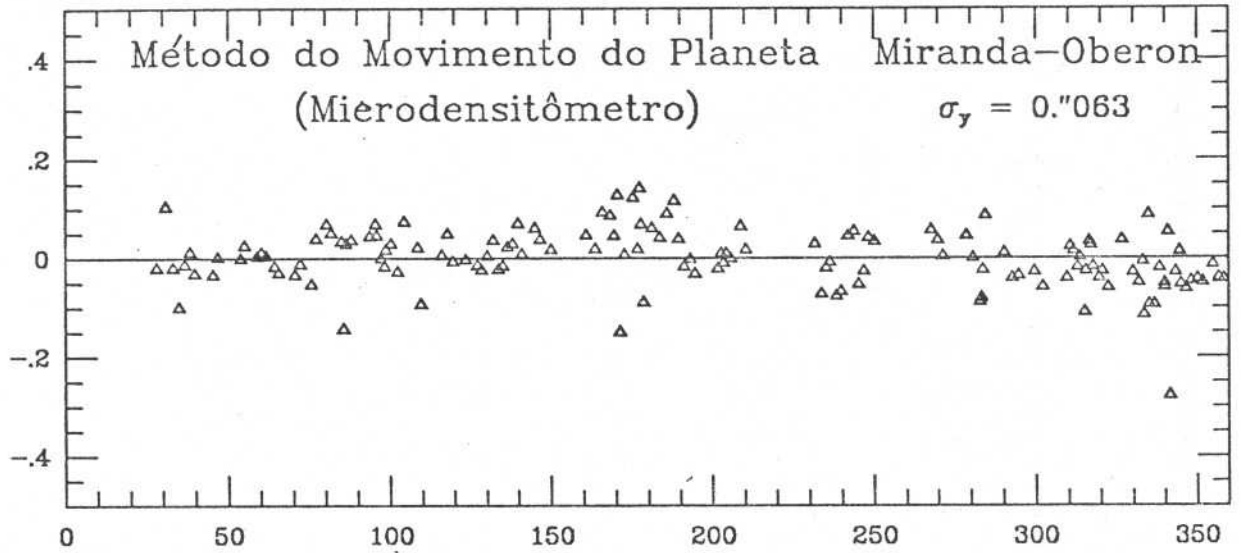
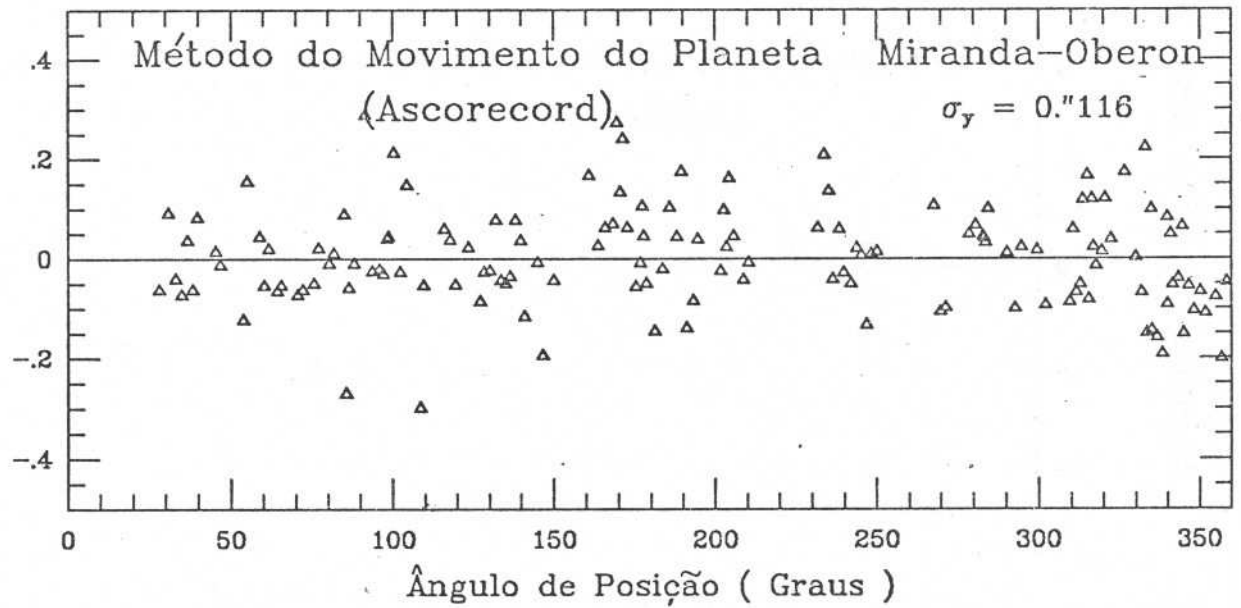


Gráfico 6 - Resíduos das posições dos satélites de Urano obtidas com o Ascorecord e o Microdensitômetro

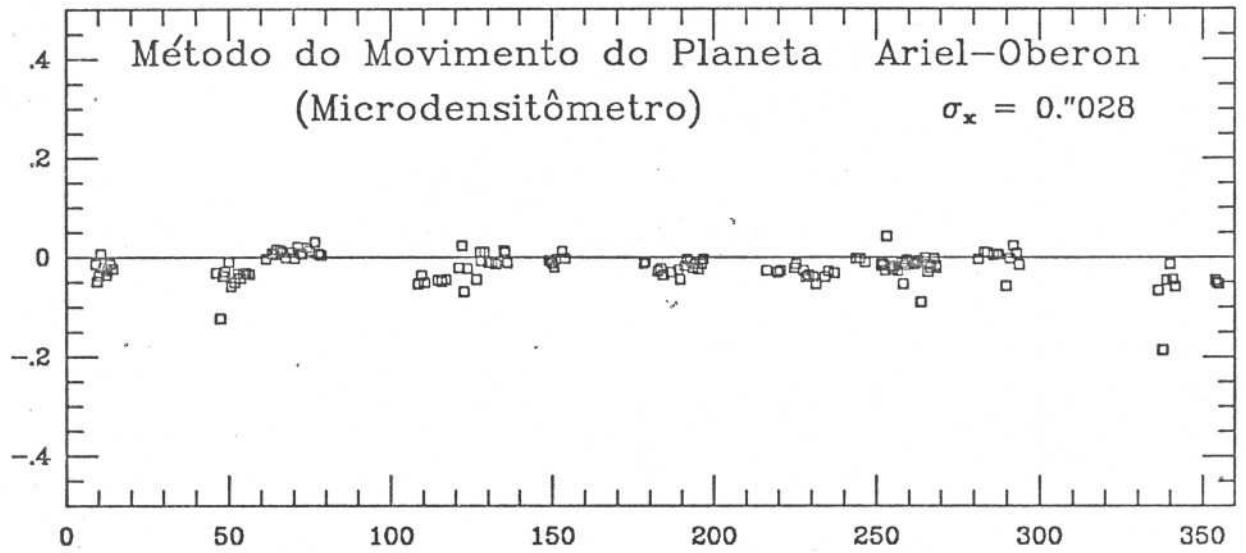
Resíduos (y) Seg. Arco



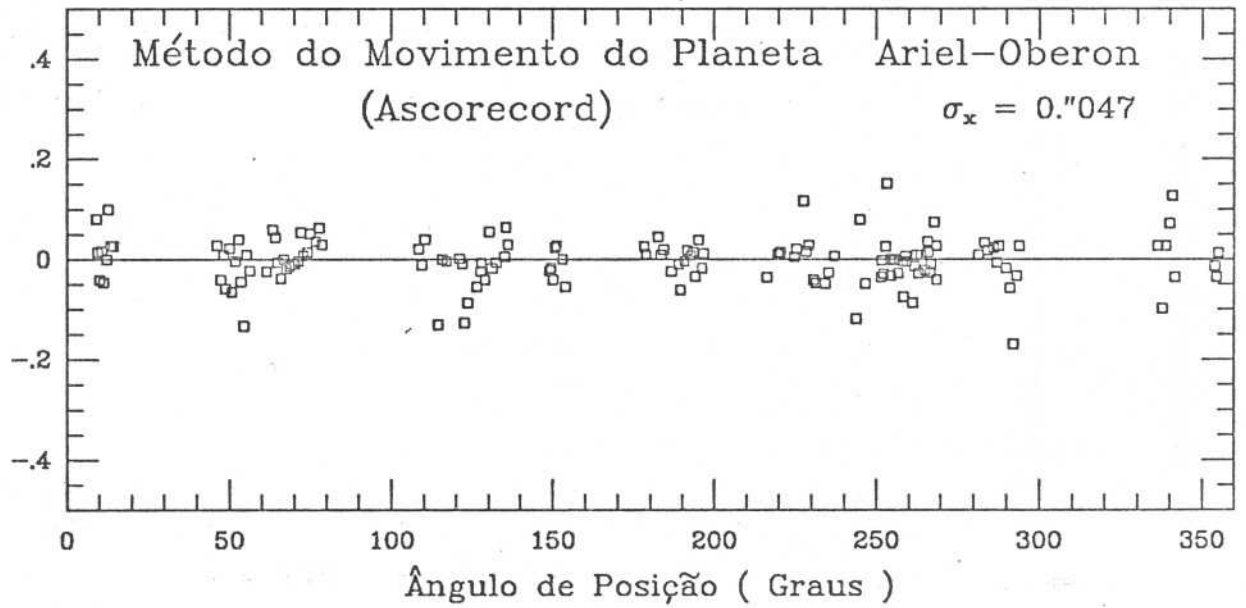
Resíduos (y) Seg. Arco



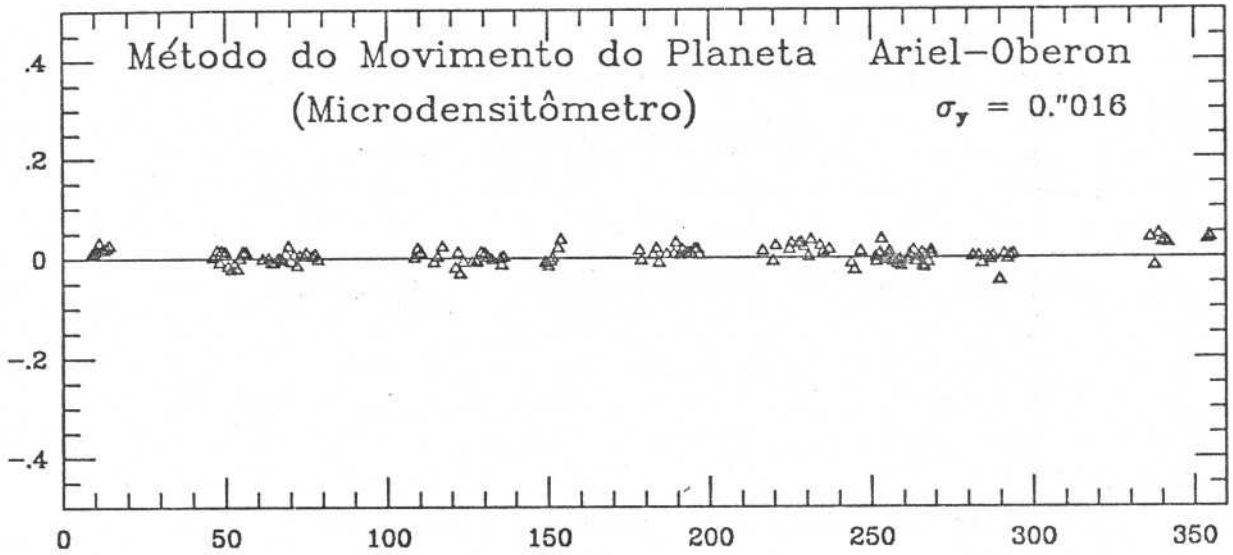
Resíduos (x) Seg. Arco



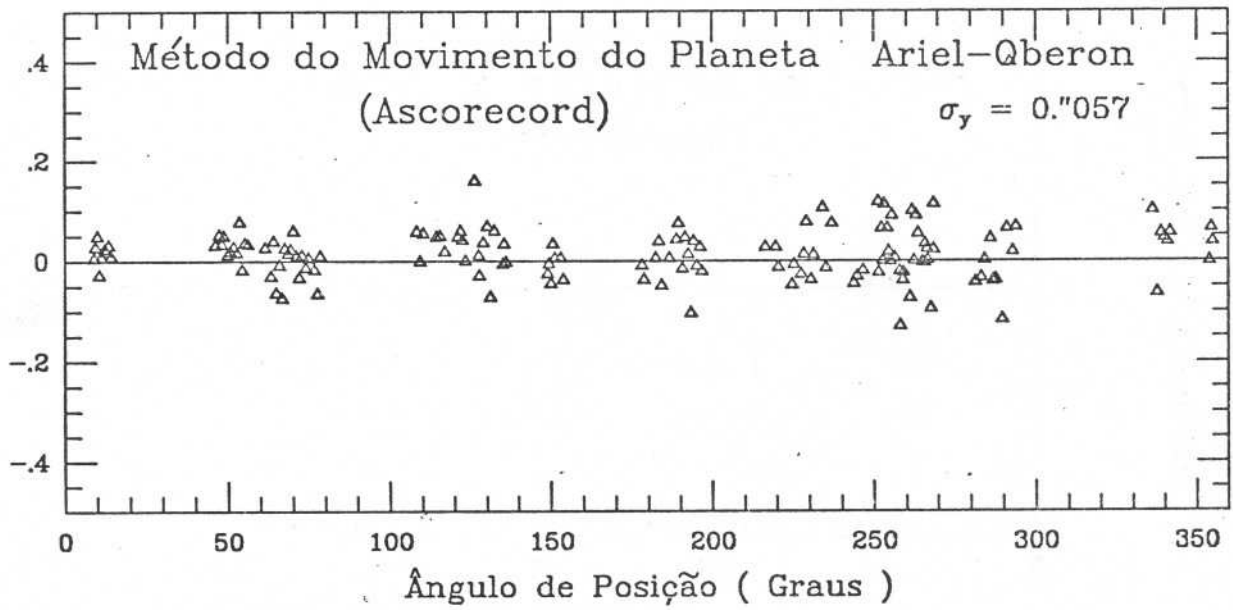
Resíduos (x) Seg. Arco



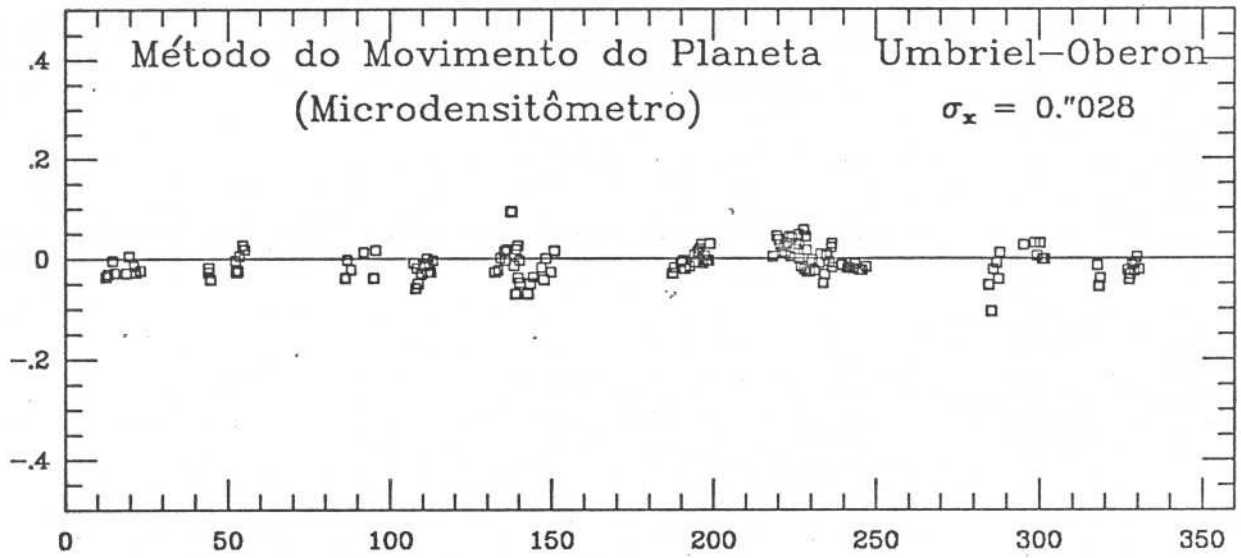
Resíduos (y) Seg. Arco



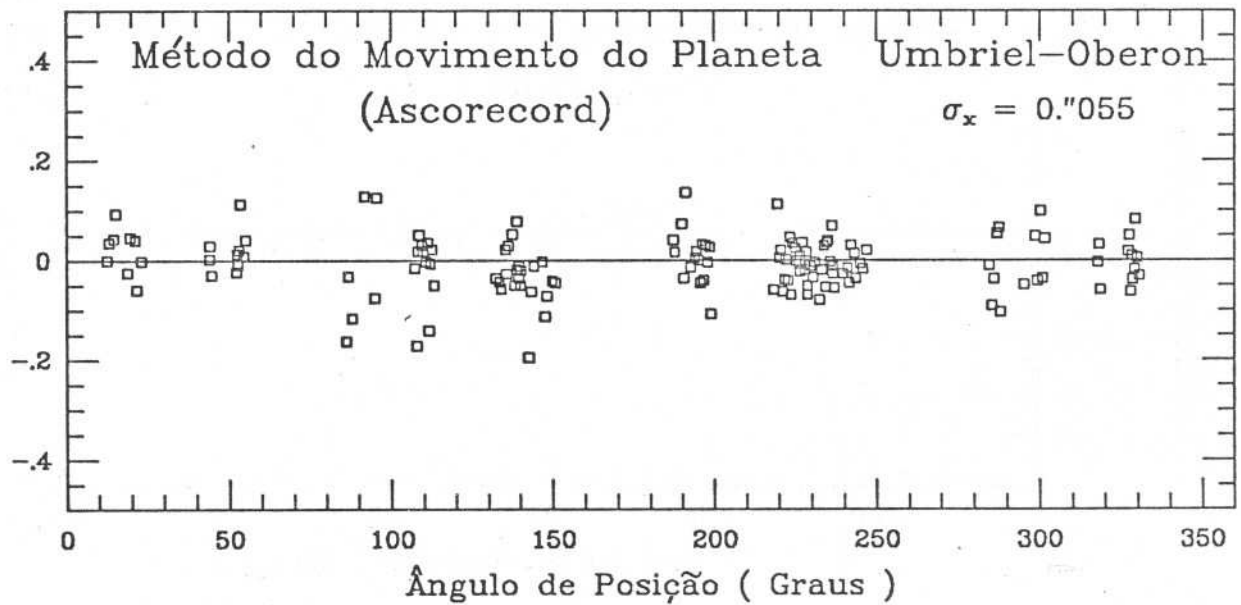
Resíduos (y) Seg. Arco

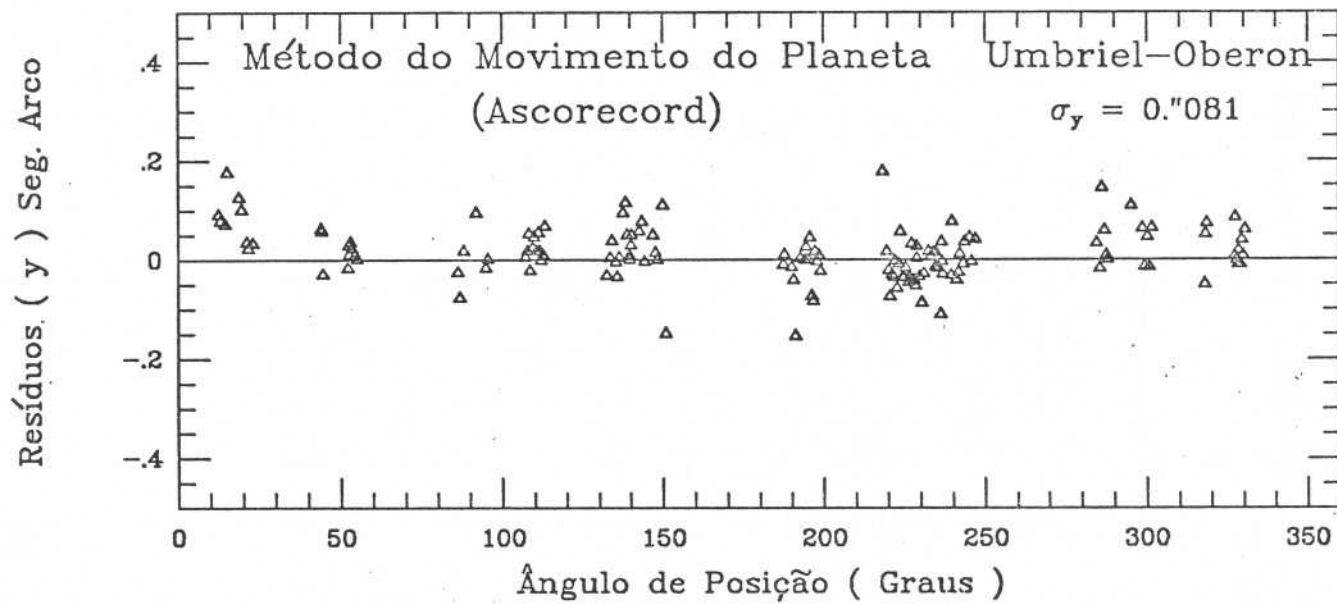
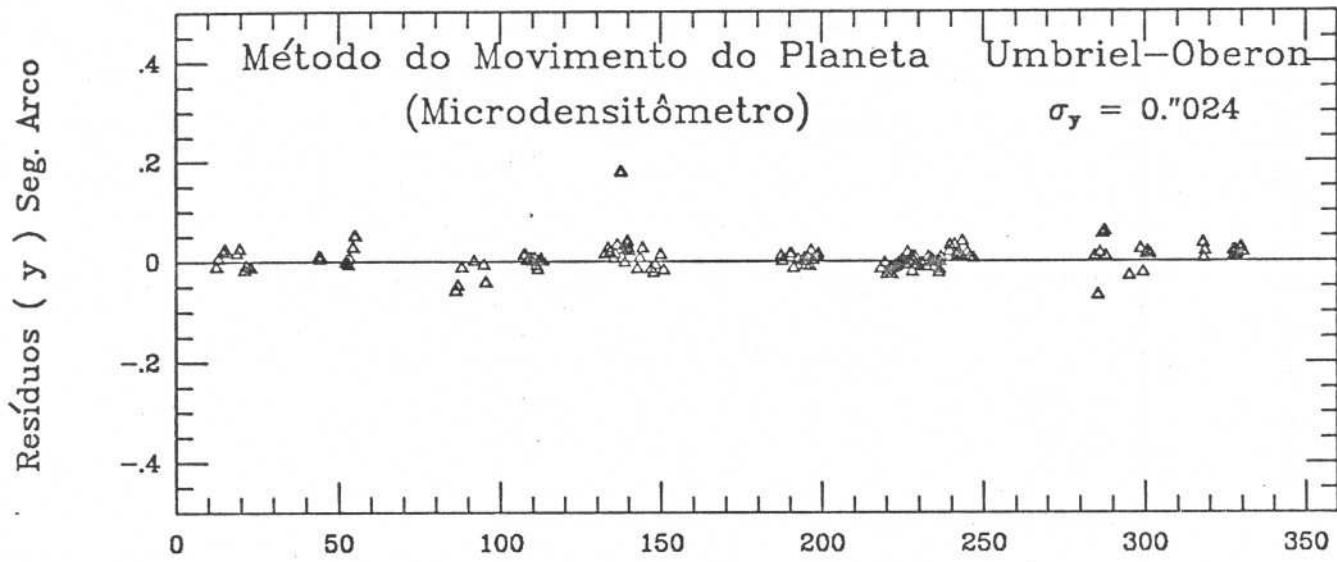


Resíduos (x) Seg. Arco

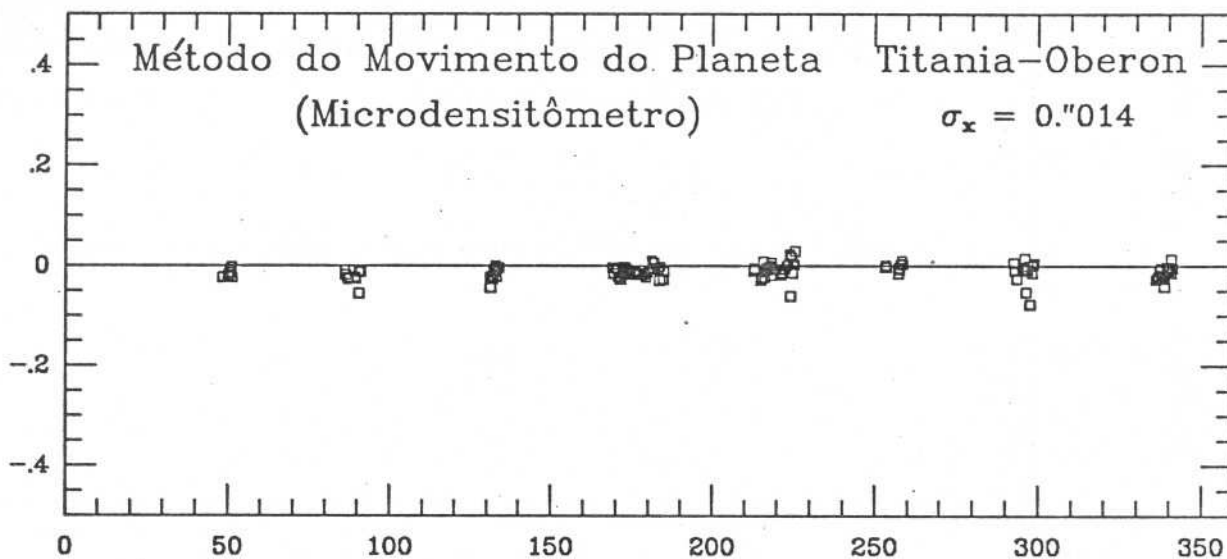


Resíduos (x) Seg. Arco

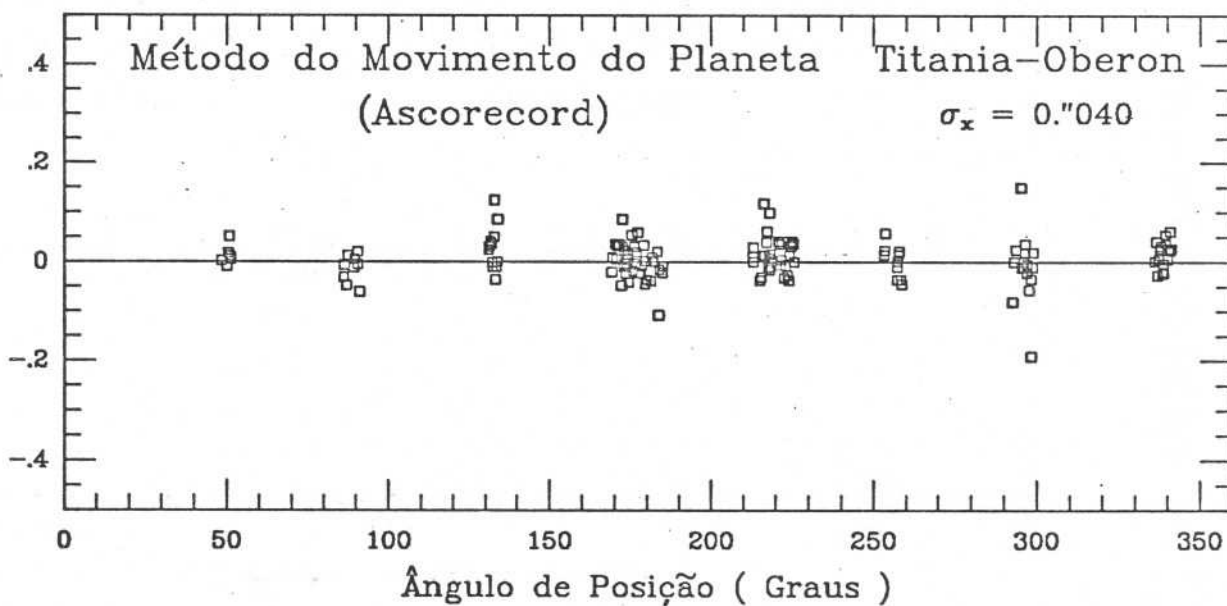




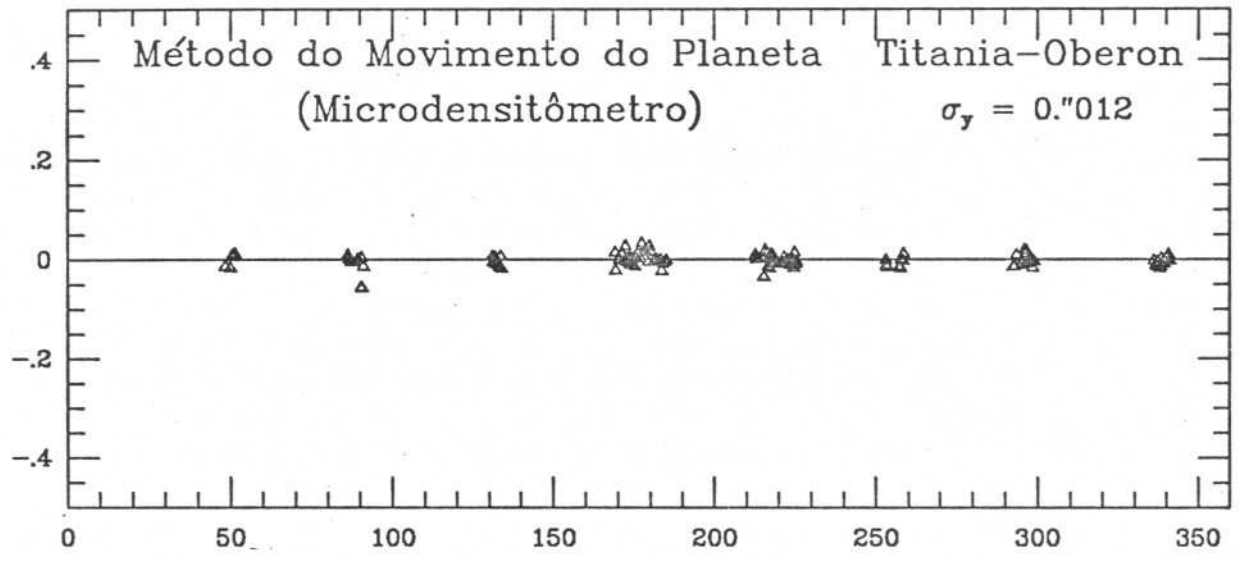
Resíduos (x) Seg. Arco



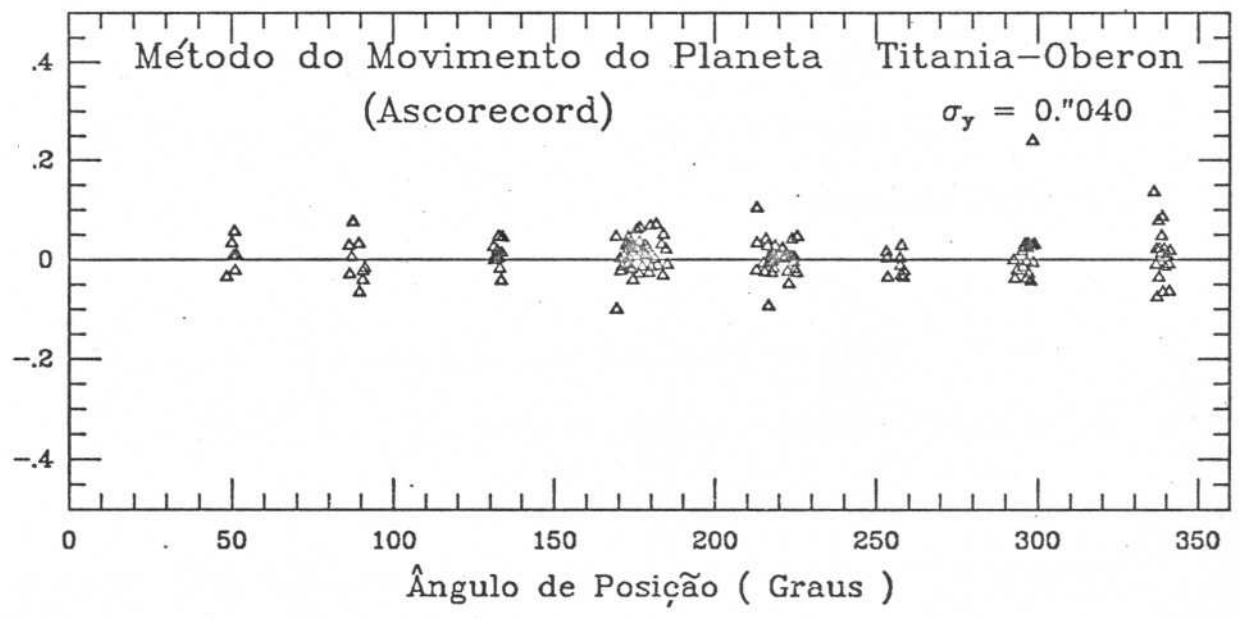
Resíduos (x) Seg. Arco



Resíduos (y) Seg. Arco



Resíduos (y) Seg. Arco



II.3.2 - Satélites de Netuno

Até 1989, do sistema de Netuno se conhecia apenas dois satélites: Tritão e Nereida. Quando a missão espacial da sonda Voyager 2 passou pelo planeta, neste ano, foram descobertos 6 novos satélites (Stone and Miner, 1989).

Nas observações realizadas da Terra, esses satélites não aparecem nas placas fotográficas, pelos mesmos motivos expostos para os 10 novos satélites de Urano.

Aqui somente serão reduzidas as posições do satélite Tritão uma vez que temos muito poucas observações do satélite Nereida, dada a grande dificuldade em observá-lo.

Todo o processo de determinação do centro das imagens e redução das posições, descrito para o sistema de satélites de Urano, foi aplicado para o sistema de Netuno. Os centros das imagens de Tritão e estrelas do campo das placas foram determinados com o modelo de uma Gaussiana Bidimensional Elítica com fundo constante.

Apesar da pequena distância entre a imagem de Tritão e a do planeta, não foi evidenciado qualquer tipo de contribuição de fundo de céu na matriz de densidade do satélite (Figura 14). Por este motivo as varreduras do planeta e de Tritão foram feitas separadamente, diminuindo-se não somente o tamanho das matrizes, como também o tempo de processamento das imagens (Figura 15).

Para determinar o centro das imagens de Netuno, utilizou-se o modelo de uma Gaussiana Bidimensional Simétrica com fundo constante, o mesmo usado para a imagem de Urano.

Os resultados alcançados foram, mais uma vez, comparados com os do trabalho de Walker (1978), onde também estão publicadas 28 posições de Tritão, obtidas entre 1975 e 1977, cujo sistema de referência também foi determinado a partir das estrelas do catálogo SAO.

N
L O
S

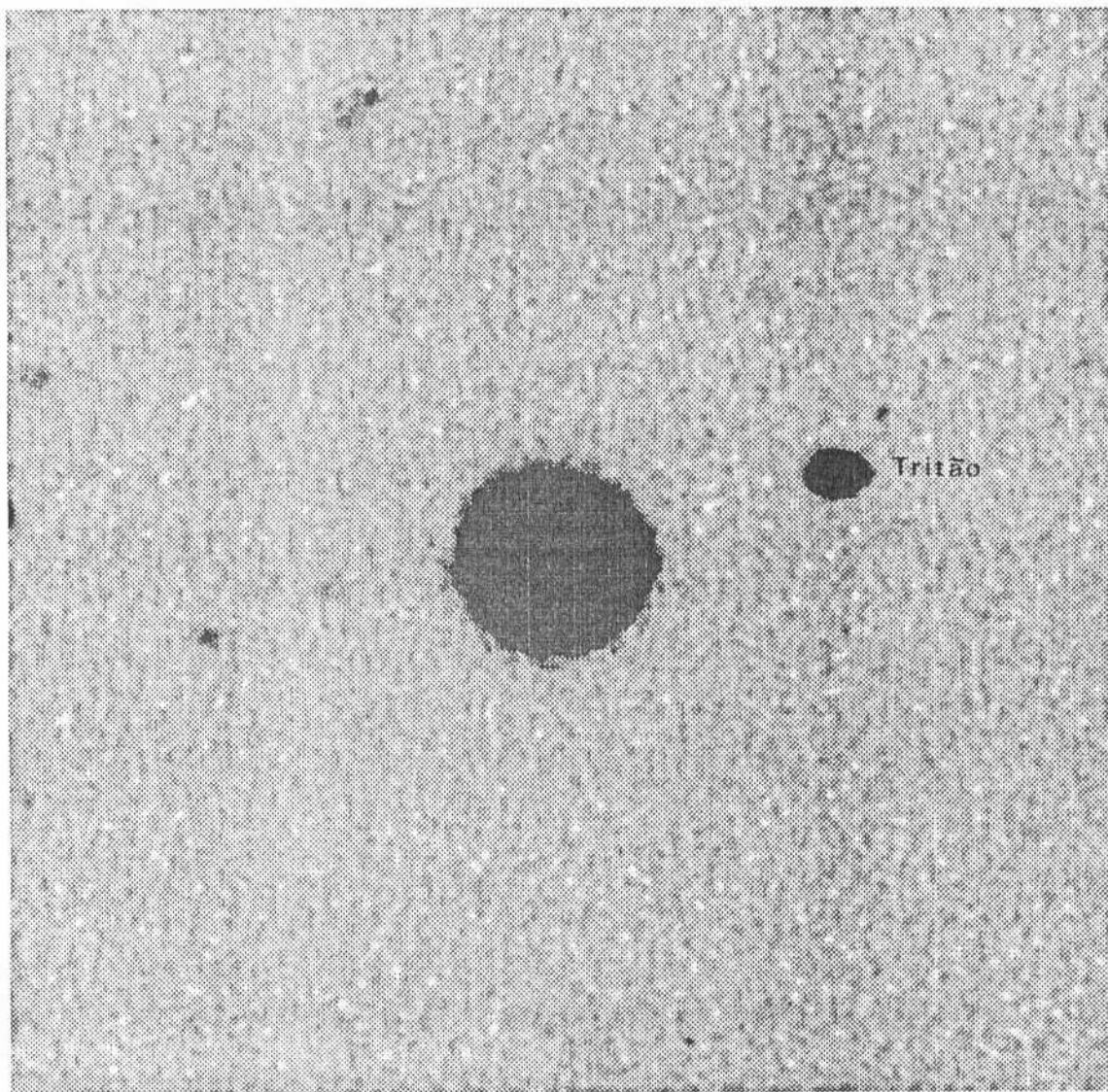
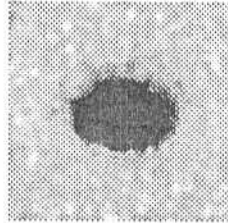


Figura 14 - Imagem do sistema Netuno-satélite Tritão.

Placa nº 1115 da missão de 18/06/87

3"

Tritão

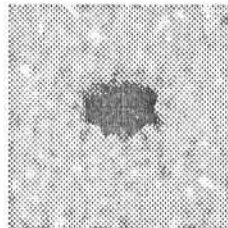


$$(o-c)_x = -0''.046$$

$$(o-c)_y = -0''.016$$

L N
S O

Estrela 19



$$(o-c)_x = -0''.032$$

$$(o-c)_y = -0''.009$$

3''

Figura 15 - Matriz de densidades de Tritão e uma estrela do campo

Não foi possível reduzir as 38 posições de Tritão pelo Método Clássico, já que não se dispunha das coordenadas catalogadas das estrelas do campo das placas feitas no LNA. Portanto, a redução foi feita com o Método do Movimento do Planeta que, como abordado anteriormente, fornece resultados equivalentes aos obtidos com o Método clássico. Os elementos utilizados para determinar a posição teórica de Tritão são os fornecidos por Harris (1984).

Na tabela 12 pode ser verificada a média e o desvio padrão dos resíduos ($\Delta\alpha\cos\delta$ e $\Delta\delta$) de Tritão, das observações de Walker e das obtidas no LNA. Os resíduos são dados em segundos de arco.

Tabela 12 - Comparação com as observações de Walker				
Satélite	Walker (28 placas)		Este trabalho (38 placas)	
	$\langle x \rangle$	$\langle y \rangle$	$\langle x \rangle$	$\langle y \rangle$
	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y
Tritão	.020	-.039	-.035	-.008
	.060	.092	.062	.049

Nesta tabela fica caracterizado, de forma definitiva, que as posições obtidas a partir da determinação do centro das imagens digitalizadas, garantem melhores resultados. Além disso, mostra que o processo de redução da posição, através do Método do Movimento do Planeta, pode ser aplicado também a este sistema de satélites.

As observações de Eichelberger (1926); Alden (1942 e 1943), não fornecem resultados precisos, razão pela qual de não compará-los com os que estão sendo apresentados neste trabalho.

As conclusões e resultados finais decorrentes da discussão e análise das observações realizadas, estão sistematizadas no capítulo seguinte.

Capítulo III

III - RESULTADOS FINAIS

Neste capítulo é feita uma análise dos resultados obtidos a partir dos métodos utilizados neste trabalho para os sistemas de satélites aqui tratados.

III.1 - As Observações Fotográficas

Utilizou-se nas observações realizadas, placas fotográficas Kodak de dimensão 10cm x 12cm, que correspondem a um campo de 21' x 26' na escala do telescópio. Tais placas foram obtidas no Laboratório Nacional de Astrofísica - LNA/CNPq. O telescópio utilizado foi o refletor de 1.6 metros de diâmetro, cuja distância focal é de 15.87 metros, e portanto, a escala no plano focal corresponde a 13"/mm.

As emulsões mais usadas, para a obtenção das imagens dos cinco satélites externos do sistema de Urano, foram as IIIaJ e IIaO e os tempos de exposição foram de 8 e 4 minutos, respectivamente. Para a maior parte das observações do satélite Tritão, utilizou-se a emulsão IIaO, sendo o tempo de exposição de 3 minutos.

A tabela 13 mostra o total de observações dos sistemas de satélites de Urano e Netuno, feitas no LNA. Desta tabela, adotou-se alguns conjuntos de observações, assinalados por asterisco, para que fossem aplicados os algoritmos de determinação de centro das imagens e para reduzir as posições dos satélites, através do Método do Movimento do Planeta.

Não se utilizou todo o conjunto de observações dos satélites de Urano e Netuno, pelos seguintes fatos:

a) As observações deveriam ter no mínimo dois dias consecutivos ou não, em uma mesma missão, que equivalem a $2',5$, aproximadamente, do arco da órbita dos planetas no período de oposição. A outra condição para se aplicar o Método do Movimento do Planeta seria a de ter observado, neste período, no mínimo 6 placas, de forma que se pudesse fazer um ajuste adequado a partir das posições do planeta, visando uma determinação precisa das posições dos satélites. O método não exige que as placas estejam distribuídas uniformemente ao longo do tempo.

b) Nas observações feitas de 1982 a meados de 1984 (missão de 11/05/84) não foi utilizada a máscara para mudar a figura de difração das imagens, provocada pelo suporte do espelho secundário. O modelo de Gaussiana, apresentado neste trabalho, não admite imagens com cruz de difração.

c) As observações feitas em 1986 e 1989 foram prejudicadas devido a problemas meteorológicos. A partir de 1990 as observações começaram a ser feitas na câmara CCD (Charge Coupled Device). Elas serão alvo de comentários posteriores.

d) Finalmente, como o objetivo deste trabalho é mostrar que o Método do Movimento do Planeta e a determinação do centro das imagens fornecem resultados precisos, considerou-se o conjunto de observações tomadas como suficiente para analisar os resultados obtidos. Um trabalho futuro, será o de digitalizar o restante das placas.

Na escolha das observações, assinaladas na tabela 13, teve-se como preocupação tomar uma parte em que tivesse as posições de catálogo das estrelas do campo, de forma a comparar os resultados fornecidos pelo Método do Movimento do Planeta com os obtidos pelo Método Clássico. As observações referidas, foram aquelas obtidas na missão de 04/06/84 do sistema de satélites de Urano.

Uma outra preocupação, foi a de tomar os conjuntos de placas que tivessem sido lidas no Ascorecord, para comparar seus resultados com os obtidos a partir das medidas das imagens digitalizadas.

As observações feitas entre 1982 e 1985 dos satélites de Urano, estão em Veiga e outros (1987), no qual foram publicadas 208 posições de Miranda e 264 posições dos outros quatro satélites externos. Neste artigo foi utilizado o Método Clássico para a redução das posições dos satélites.

Os percentuais, entre parênteses na tabela 13, indicam o número de placas em que a imagem do satélite Miranda é visível no conjunto de observações correspondente.

Apresenta-se portanto, neste trabalho, uma missão de observação de 1984, duas missões de 1987 e uma de 1988 do sistema de satélites de Urano, das quais, somente a de 1988 não foi medida no Ascorecord. Para o sistema de Netuno, adotou-se os dois conjuntos observados nas seguintes datas: 18/06/87 e 28/07/88.

**Tabela 13 - Total de observações dos Sistemas de
Satélites de Urano e Netuno no LNA**

Missões (Início)	Número de noites	Sistema de Satélites	
		Urano	Netuno
25/05/82	01	04 (50,0%)	02
10/07/82	01	09	02
10/09/82	01	—	02
29/06/83	02	29 (62,1%)	—
23/07/83	04	53 (79,2%)	—
10/04/84	01	12 (33,3%)	—
11/05/84	03	22 (63,6%)	—
(*) 04/06/84	06	74 (86,5%)	04
11/07/84	04	42 (88,1%)	—
28/03/85	02	19 (94,7%)	04
12/06/85	01	—	03
(*) 18/06/87	03	26 (100,0%)	07
(*) 14/07/87	05	69 (100,0%)	08
26/05/88	01	—	04
(*) 28/07/88	03	29 (100,0%)	37
23/09/88	04	—	11
14/04/89	01	06	—
13/06/89	02	10	06
31/05/90	02	17	05
11/07/90	04	84	78
09/09/90	01	35	35
29/05/91	05	220	152
25/07/91	04	59	79
23/08/91	04	94	93

Das observações do sistema de Urano, assinaladas na tabela 13, foram consideradas apenas as que apresentaram as imagens de Miranda. Destas, não foram aproveitadas somente 8,0% das placas, sendo as principais causas: placas quebradas ou com defeito de fabricação ou muito arranhadas, ou com exposição interrompida por problemas atmosféricos.

Das observações do satélite Tritão de Netuno, apresentadas neste trabalho, 13,6% não foram utilizadas pelos mesmos motivos expostos para as observações de Urano.

As posições aproximadas dos satélites de Urano e Netuno, para as observações reduzidas aqui, são apresentadas nas figuras 16 e 17. As observações realizadas no LNA estão distribuídas uniformemente, cobrindo um arco de órbita considerável.

Na figura 16, são mostradas as longitudes que correspondem aos valores crescentes dos raios, respectivamente dos satélites Miranda, Ariel, Umbriel, Titania e Oberon.



Figura 16 - Longitudes observadas dos satélites de Urano

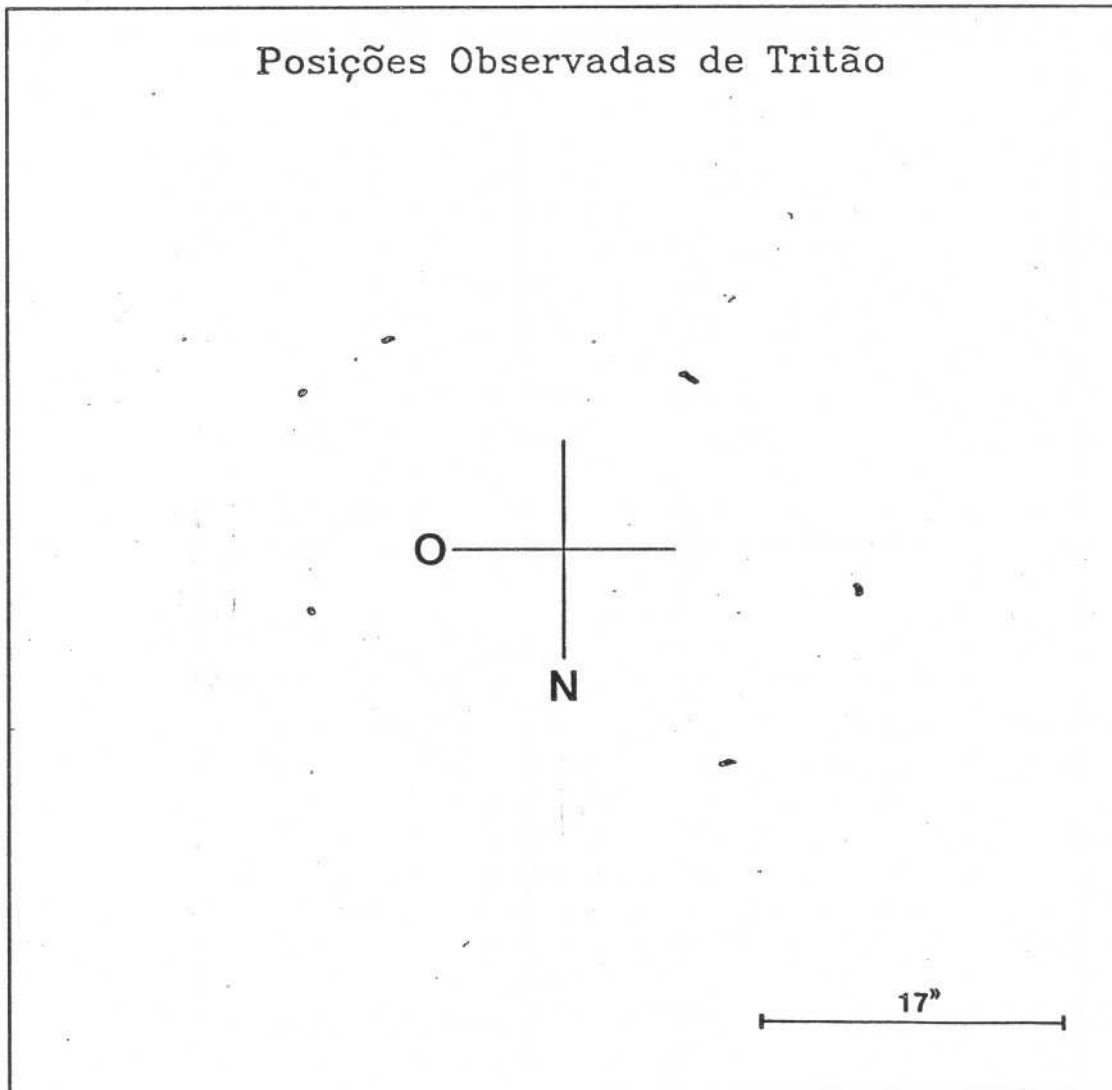


Figura 17 - Posições observadas do satélite Tritão de Netuno

As tabelas 14 e 15 mostram sucintamente algumas das características de interesse observacional dos sistemas de satélites de Netuno e Urano.

Tabela 14 - Características do Satélite Tritão de Netuno	
Características	Tritão
Período Orbital	5 ^t ,9
Magnitude Visual (na oposição)	13,5
Elongação Máxima (na posição)	17"

Tabela 15 - Características dos quatro satélites externos de Urano

Características	Miranda	Ariel	Umbriel	Titania	Oberon
Período Orbital	1 ^d .4	2 ^d .5	4 ^d .1	8 ^d .7	13 ^d .5
Magnit. Visual (na oposição)	16.5	14.4	15.3	13.9	14.2
Elong. Máxima (na oposição)	10"	14"	20"	33"	45"

III.2 - Resultados finais para os satélites de Urano

No anexo I, é fornecida a lista das 173 posições observadas dos satélites de Urano, dadas em relação ao centro do planeta. Os dados desta lista se apresentam da seguinte forma:

555 1984 6 5.15160				
Satélites	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	(o-c) _x	(o-c) _y
Miranda	9.55	.66	-.19	-.10
Ariel	12.42	-7.70	.01	.06
Umbriel	-18.39	8.66	.02	.02
Titania	24.58	21.89	-.03	.03
Oberon	43.44	8.23	-.01	.05

Na primeira linha de cada conjunto de dados se encontra o número da placa (numeração do LNA), seguindo-se da data da observação : ano, mês, dia e fração em tempo universal. Nas linhas subsequentes estão postos os nomes dos satélites seguido de suas coordenadas ($\Delta\alpha\cos\delta$ e $\Delta\delta$) em relação a Urano e dos respectivos resíduos, dados em segundos de arco.

Os resíduos foram obtidos da comparação com as posições calculadas a partir da teoria geral para os satélites de Urano - GUST86 (Laskar, 1986), cujos parâmetros foram ajustados por Laskar e Jacobson (1987).

Nas tabelas 16 e 17 são apresentadas as médias e desvios padrão dos resíduos em relação a Urano e ao satélite Oberon, respectivamente. As posições foram reduzidas com o Método do Movimento do Planeta.

Tabela 16 - Resíduos dos satélites de Urano em em relação ao planeta (173 placas)		
Satélites	$\langle x \rangle$	$\langle y \rangle$
	σ_x	σ_y
Miranda	.038	.008
	.109	.085
Ariel	.033	.012
	.057	.048
Umbriel	.044	.013
	.062	.050
Titania	.041	.005
	.058	.047
Oberon	.048	.007
	.061	.046

Apesar dos algoritmos de determinação dos centros das imagens fornecerem resultados bastante precisos, verifica-se, na tabela 16, que as médias dos resíduos em x, em geral, são maiores que em y, mostrando uma tendência considerável. Isto se deve a determinação imprecisa do centro da imagem do planeta, pois da sua imagem cerca de 60% são pixels saturados, que são retirados do ajuste.

O ajuste gaussiano considera somente a parte da imagem não saturada e o céu. Nota-se ainda que, as médias em x são da mesma ordem que os seus desvios padrão.

Já na tabela 17, esta tendência é eliminada quando as posições dos satélites são comparadas com as de Oberon, pois a determinação do centro de suas imagens oferecem resultados de considerável qualidade.

Tabela 17 - Resíduos dos satélites de Urano em em relação a Oberon (173 placas)		
Satélites	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y
Miranda	-0.010 .079	.001 .063
Ariel	-0.015 .028	.006 .017
Umbriel	-0.004 .028	.006 .024
Titania	.007 .021	-0.001 .013

Nos gráficos 7, colocados a seguir, é registrada a distribuição dos resíduos ($\Delta\alpha\cos\delta$ e $\Delta\delta$) dos satélites, em função da sua longitude, de todas as observações (173 placas) envolvidas neste trabalho. Fica evidente a tendência apresentada nos gráficos dos resíduos dos satélites em relação a Urano, causada pela determinação inadequada de seu centro.

Os gráficos dos resíduos dos satélites, em relação a Oberon, apresentam características idênticas com as encontradas na literatura.

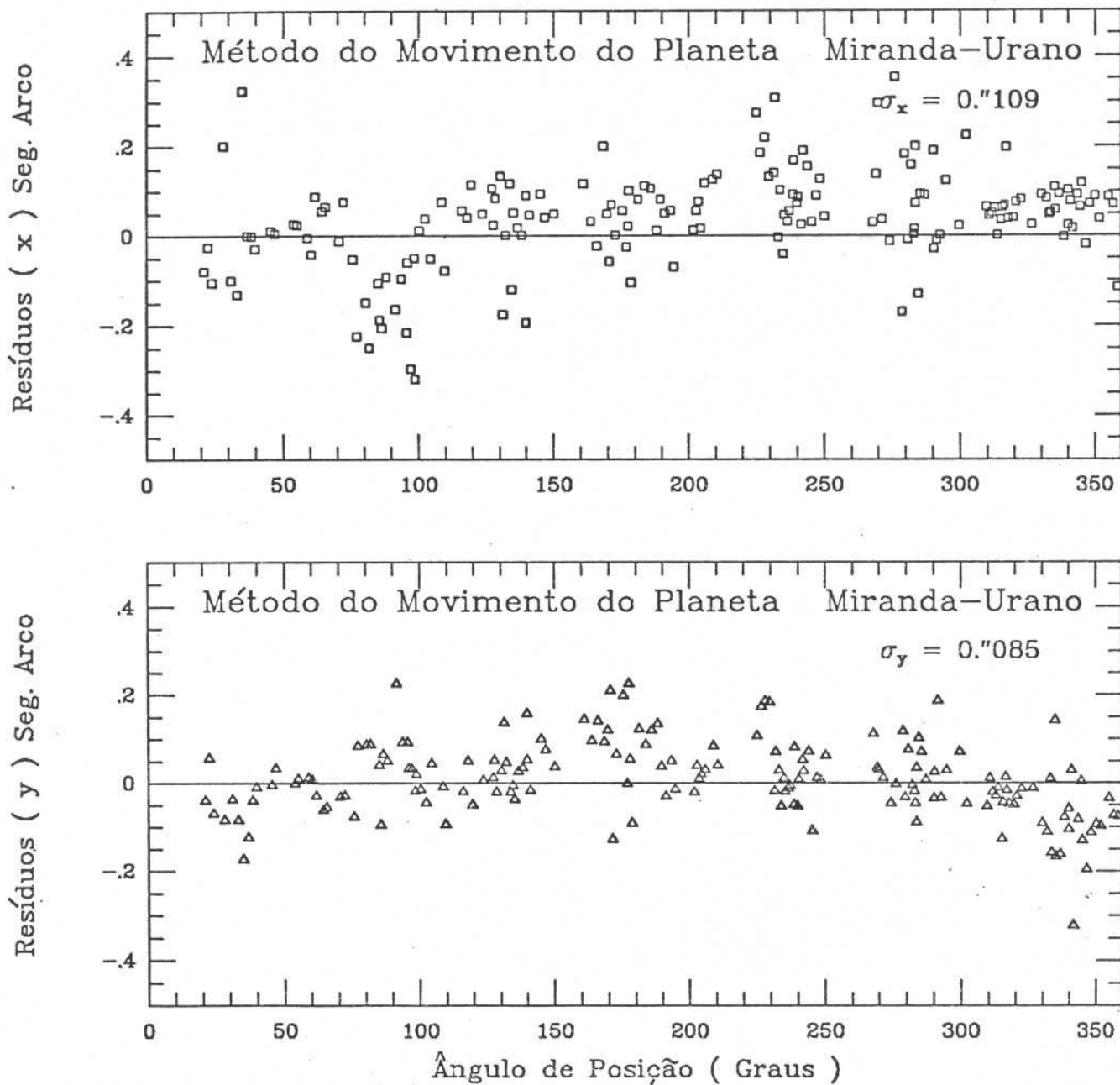
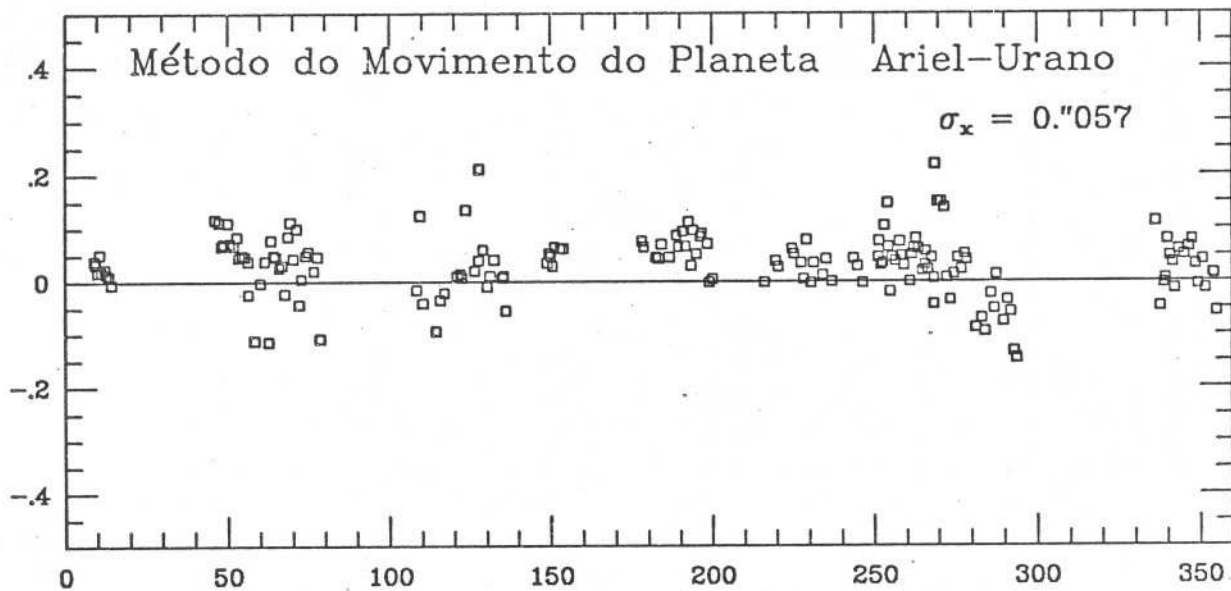
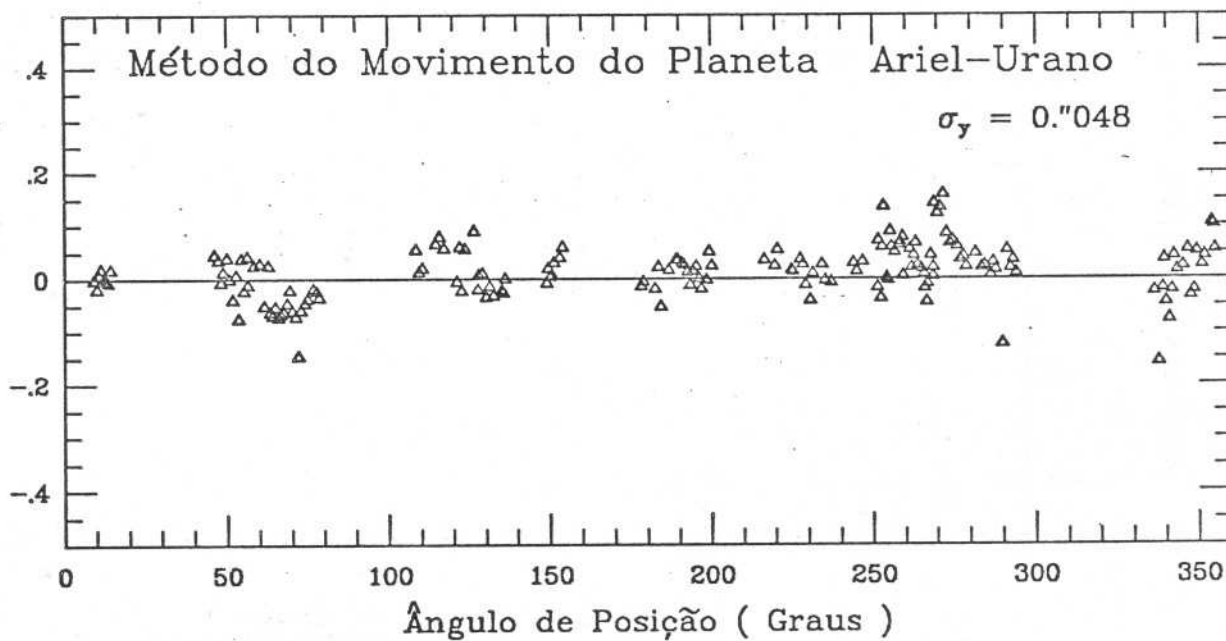


Gráfico 7 - Resíduos dos satélites de Urano dados em relação ao planeta para todas as observações utilizadas neste trabalho

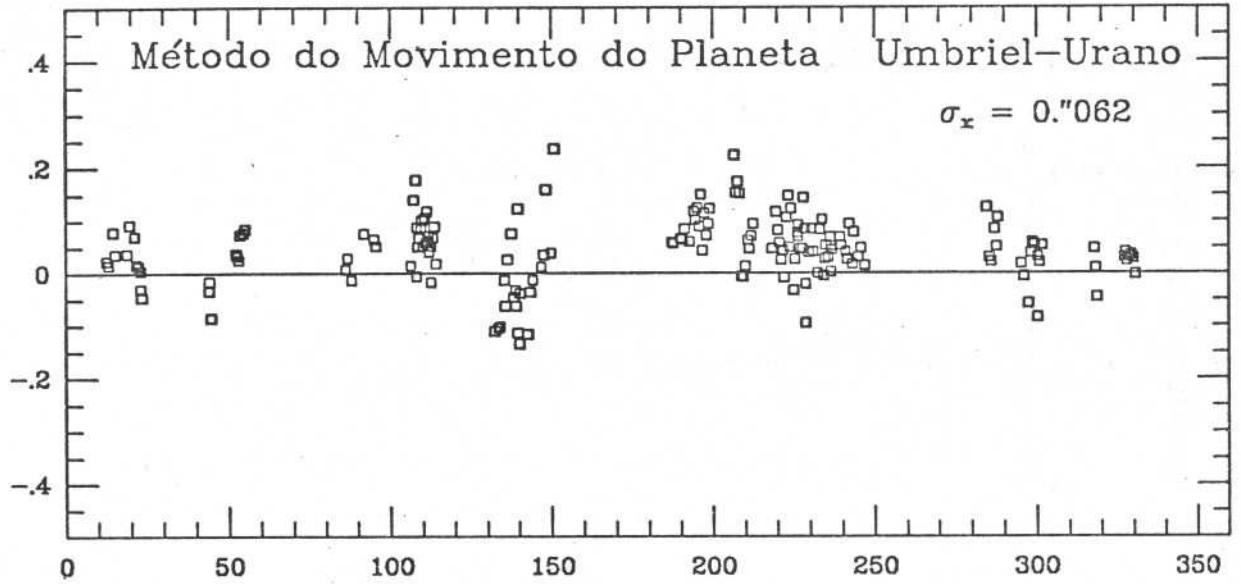
Resíduos (x) Seg. Arco



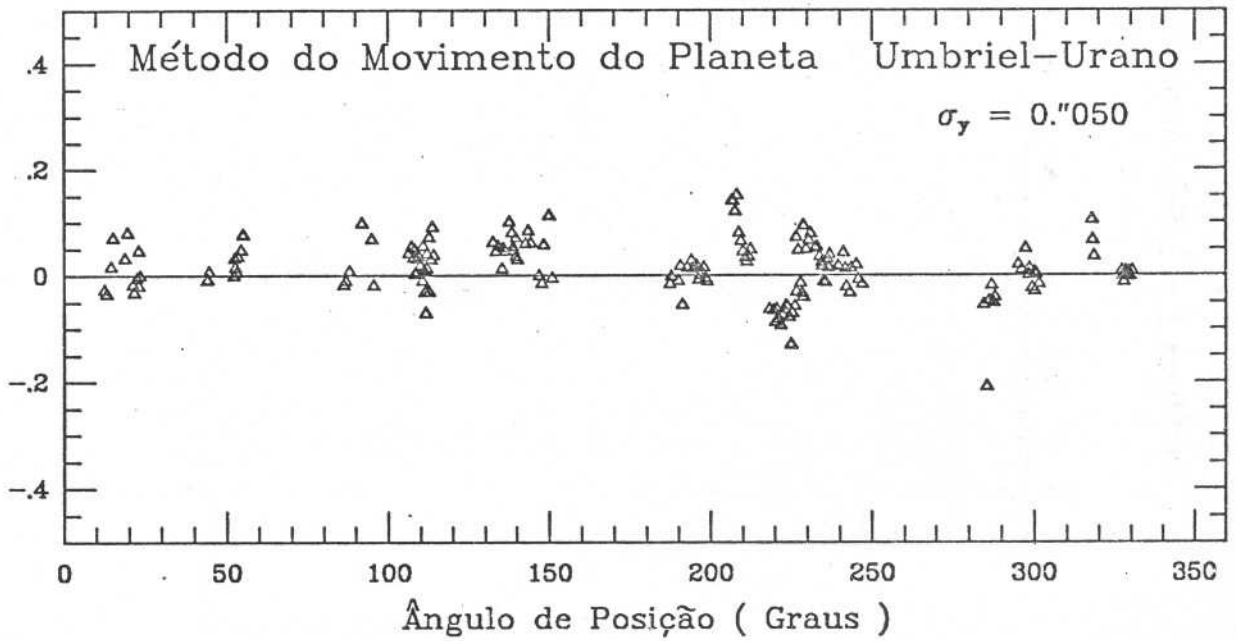
Resíduos (y) Seg. Arco

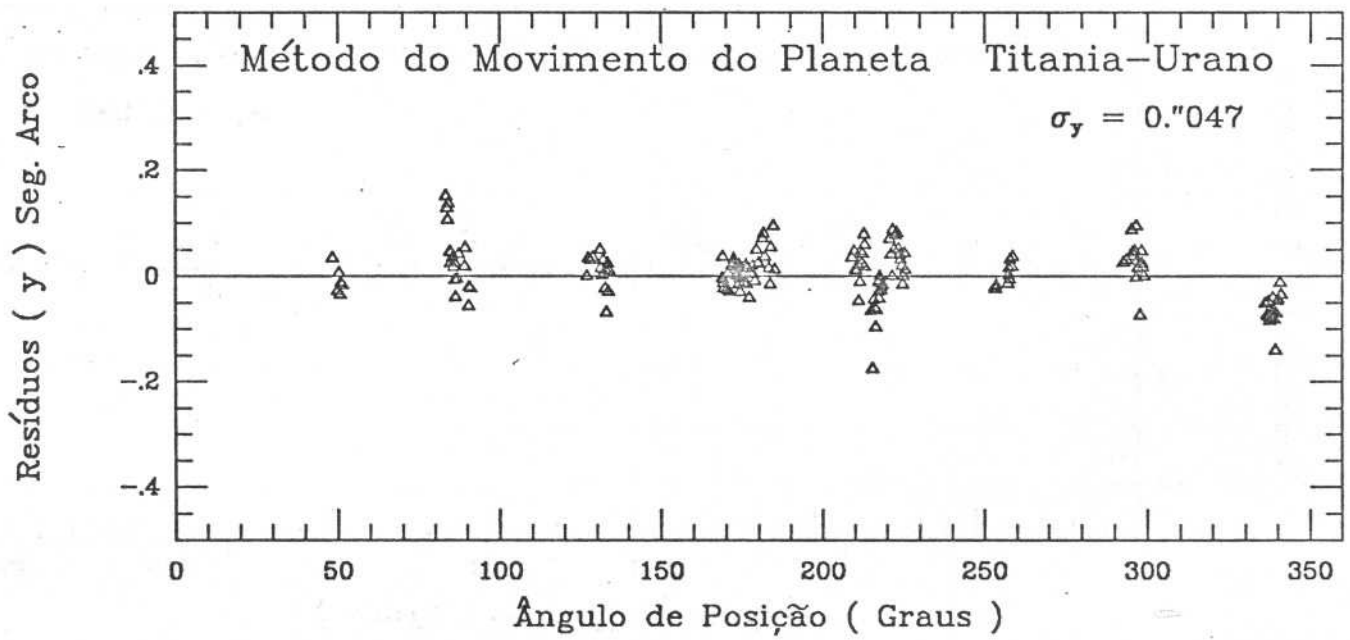
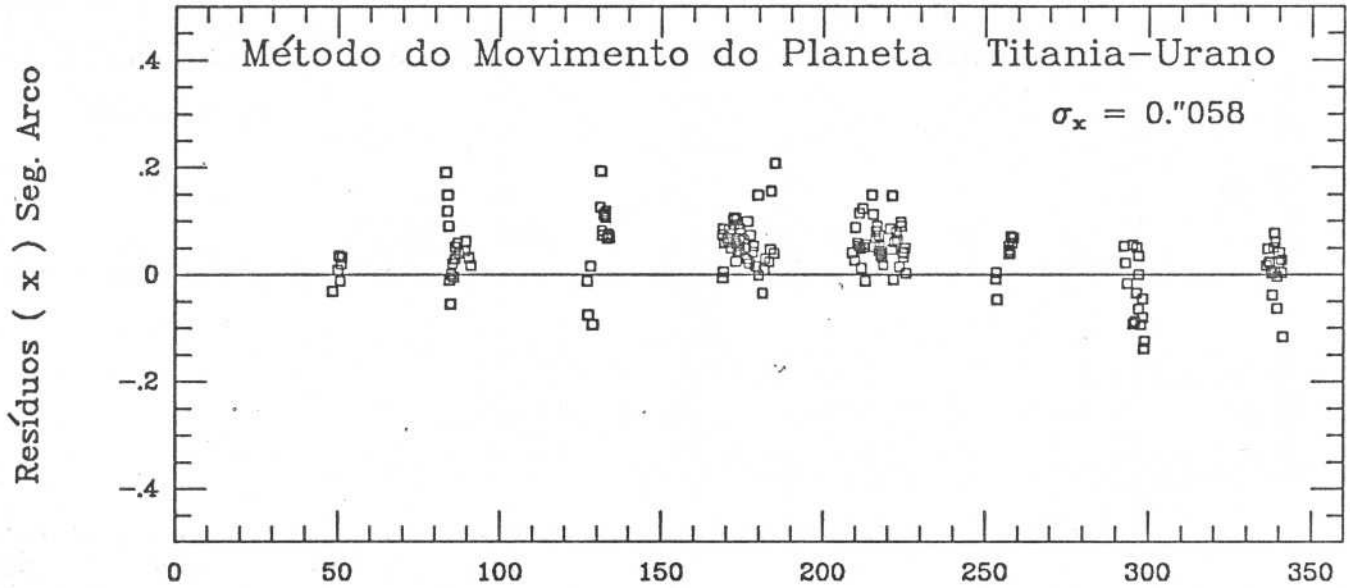


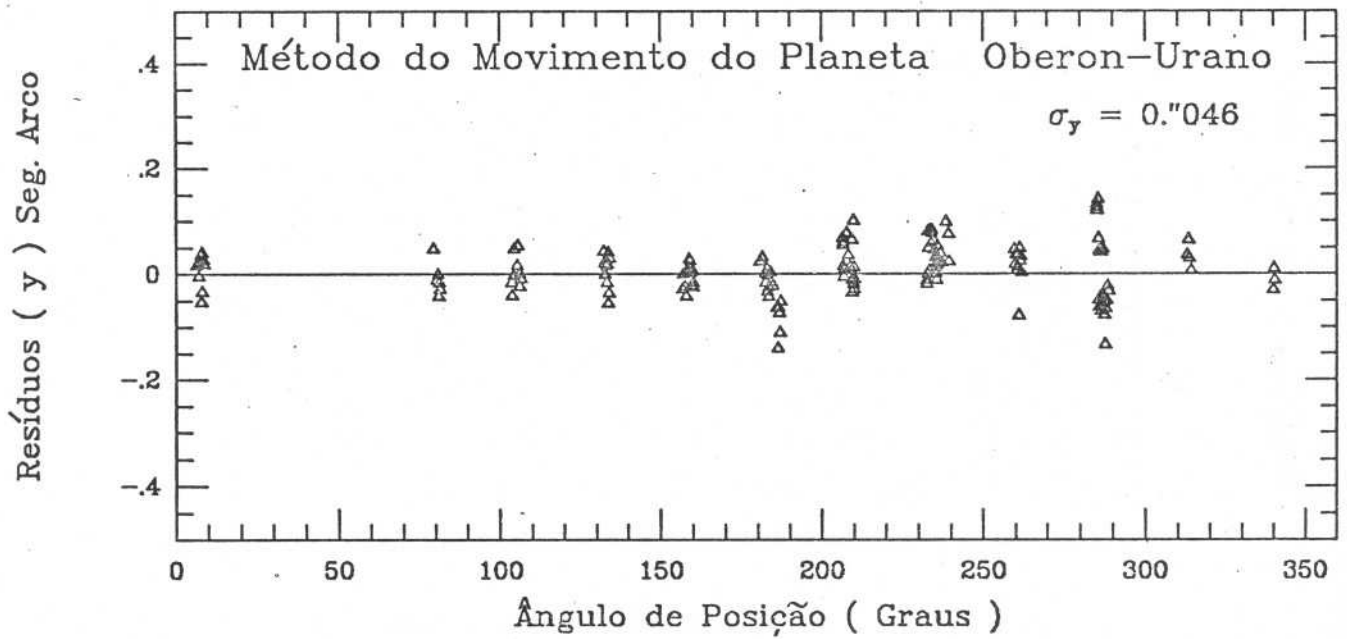
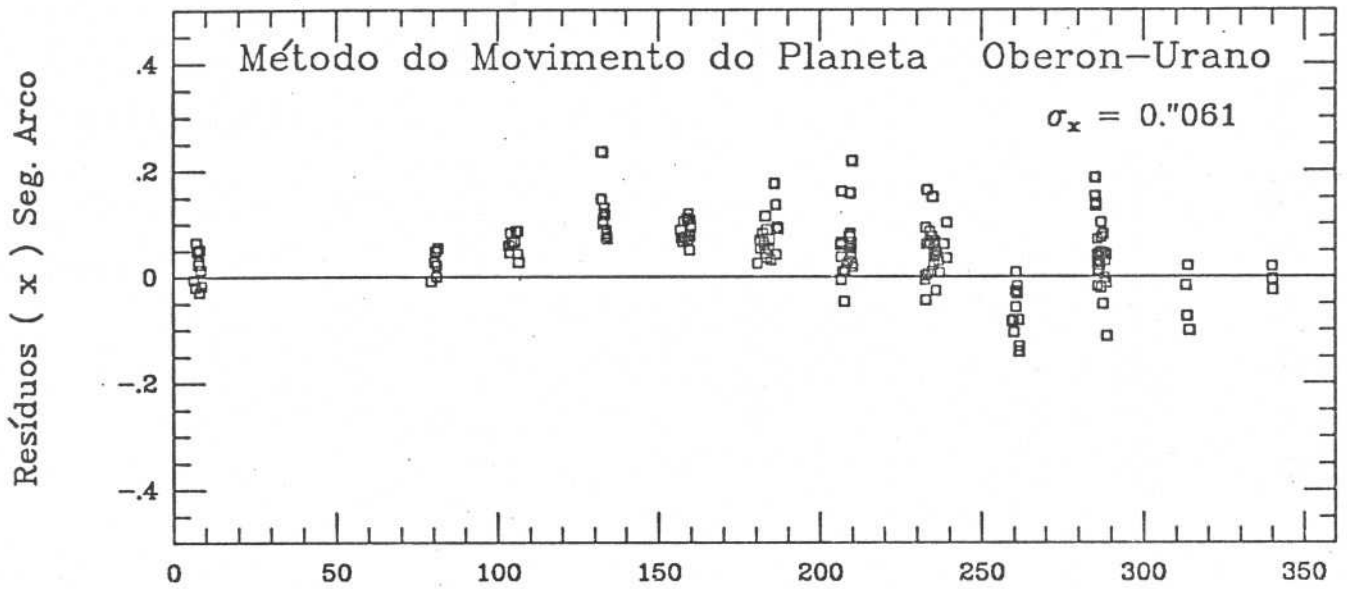
Resíduos (x) Seg. Arco



Resíduos (y) Seg. Arco







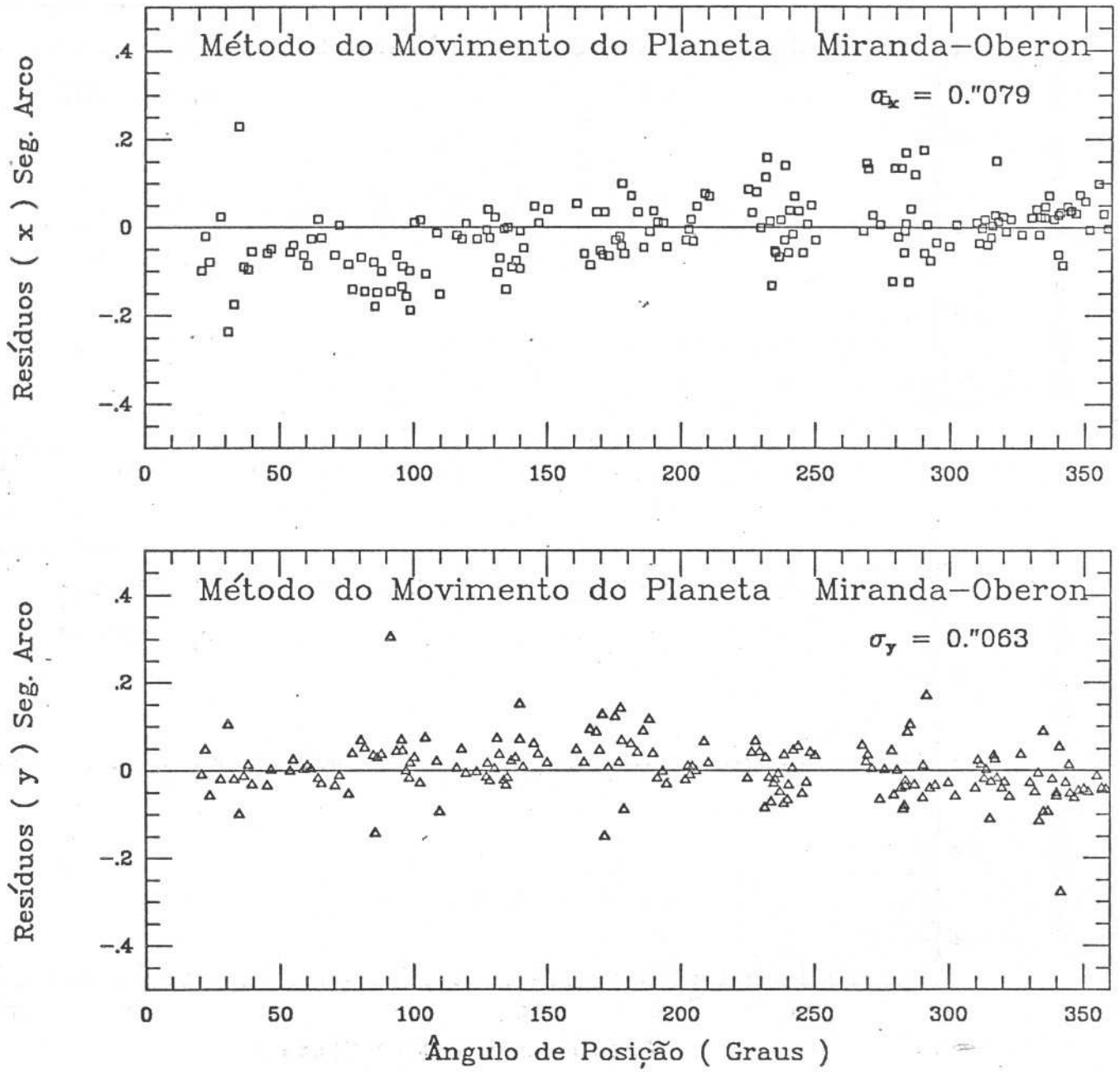
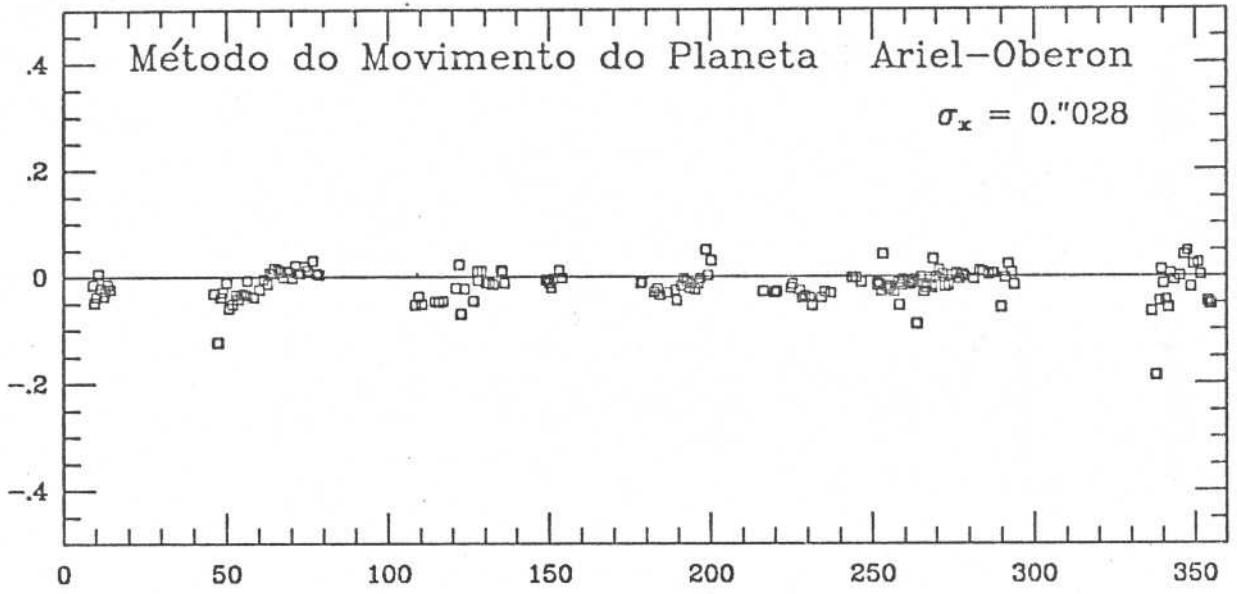
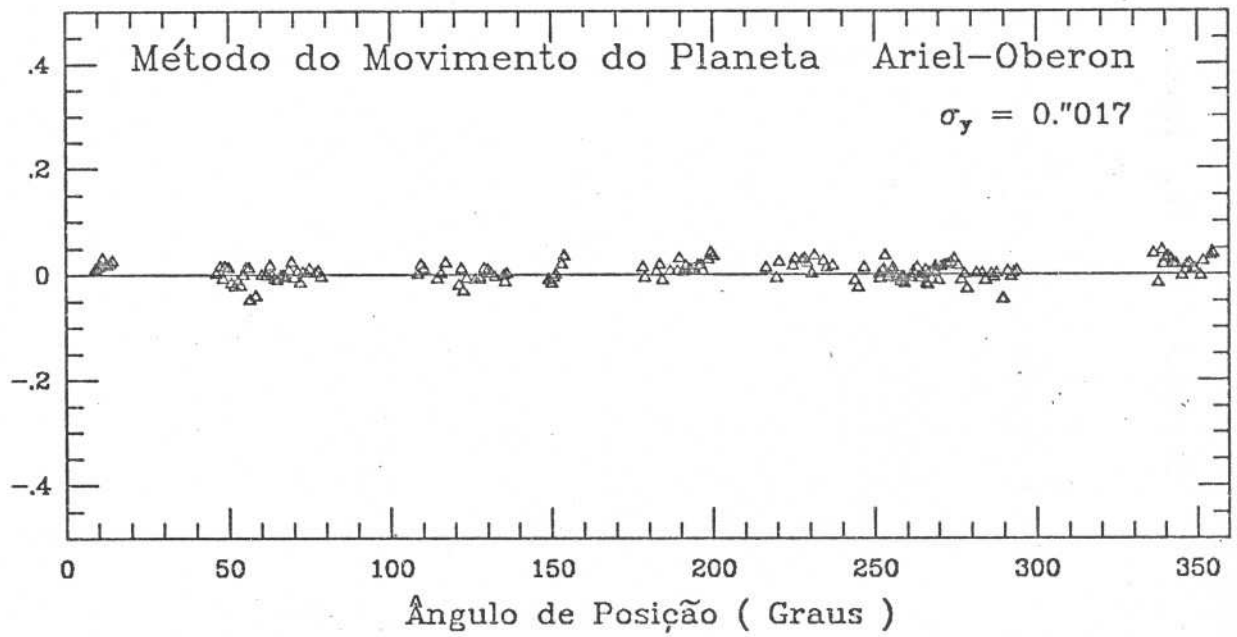


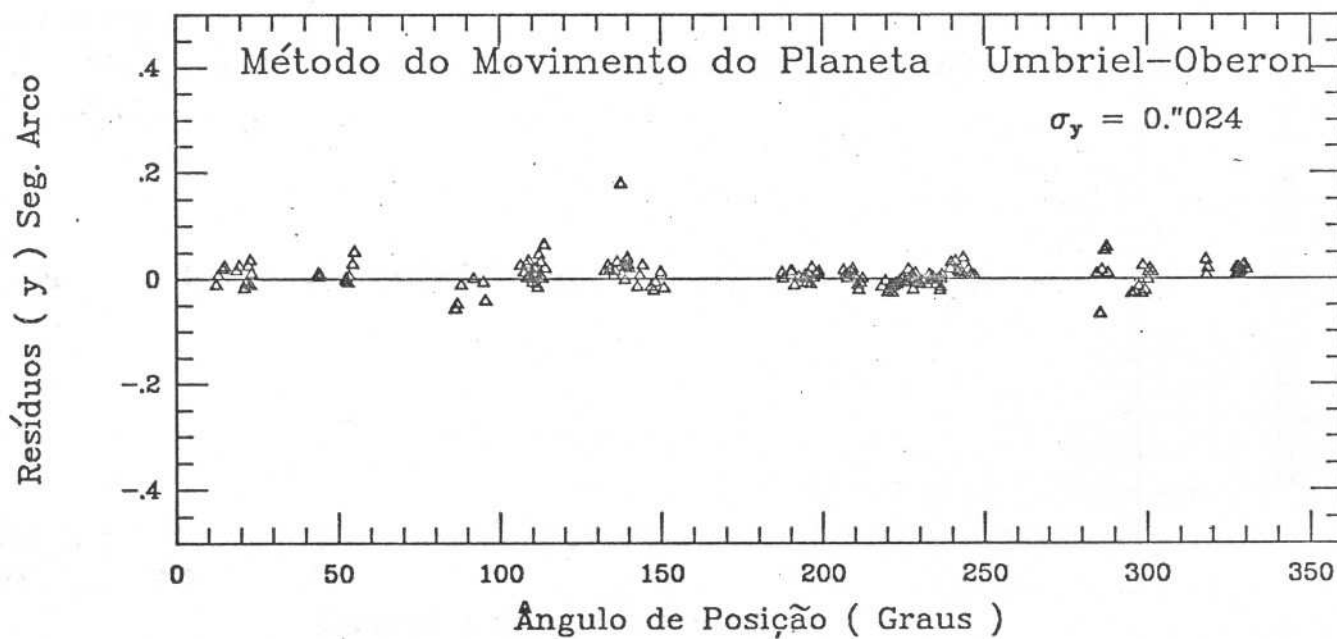
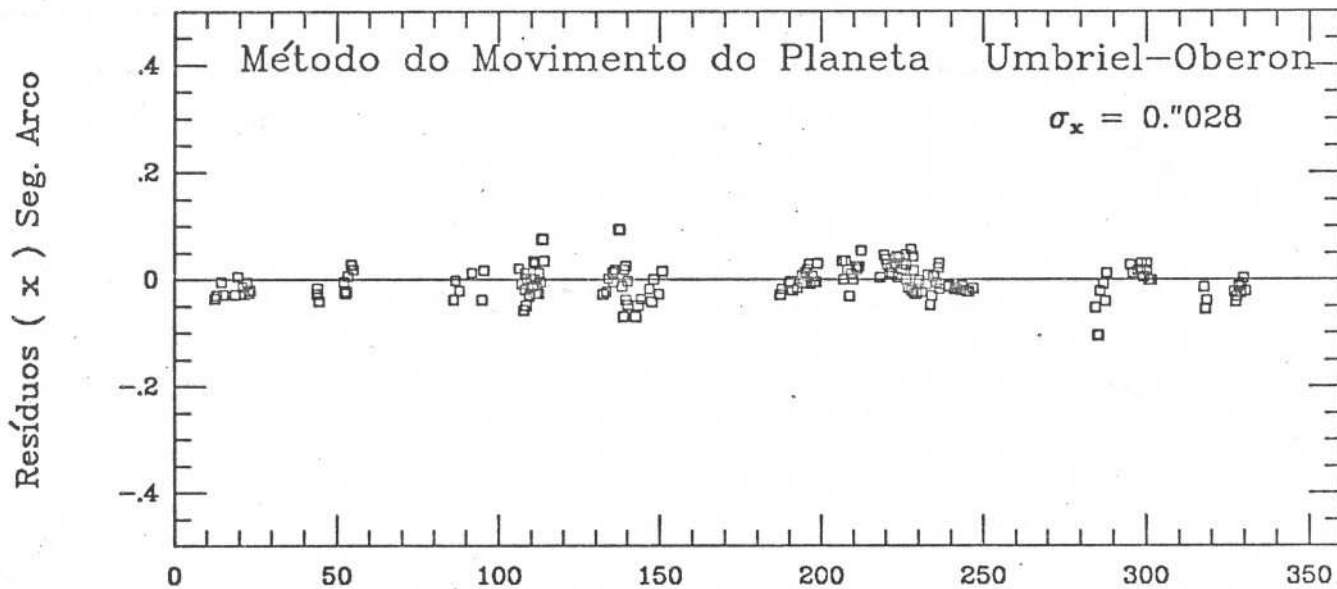
Gráfico 8 - Resíduos dos satélites de Urano dados em relação ao satélite Oberon para todas as observações utilizadas neste trabalho

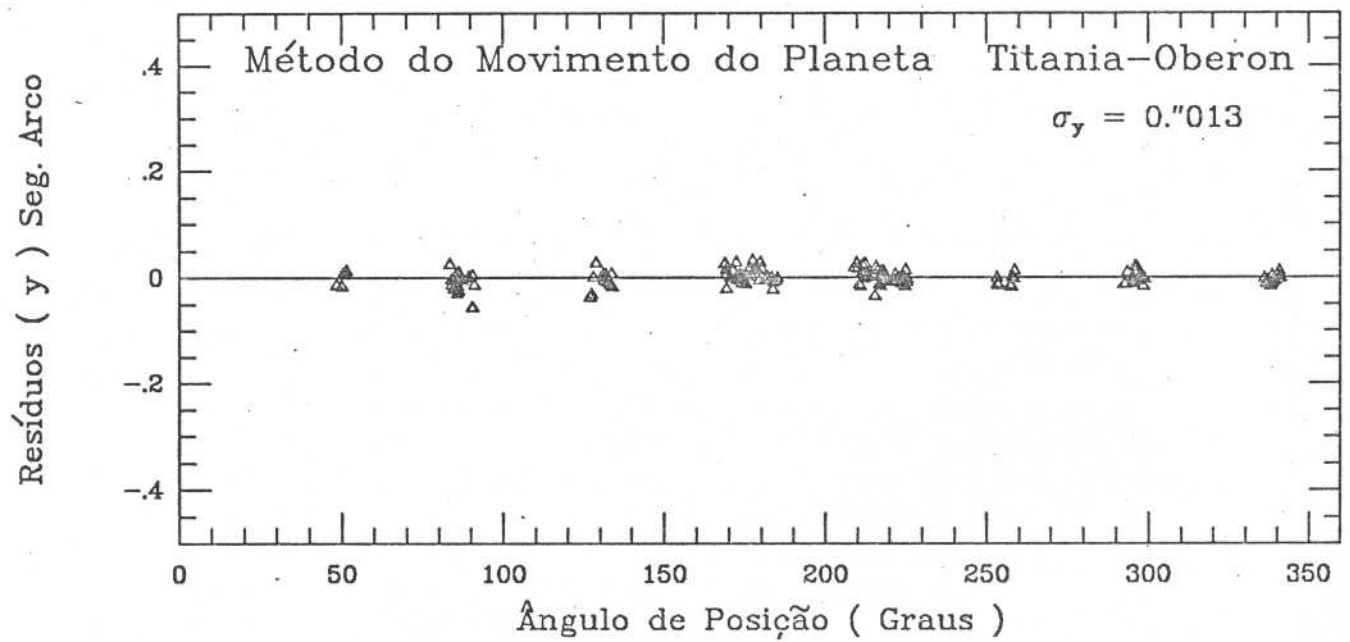
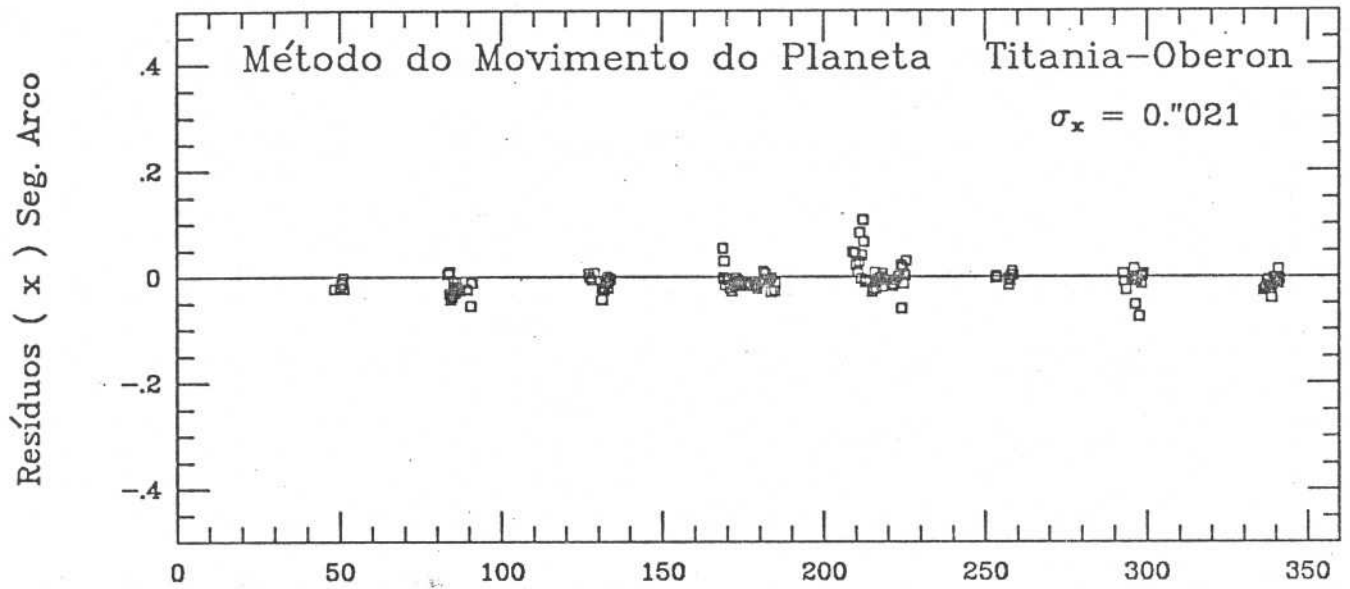
Resíduos (x) Seg. Arco



Resíduos (y) Seg. Arco







Nas figuras 18, mostra-se a distribuição dos resíduos dos satélites, em relação a Oberon, contidos em 1σ , 2σ e 3σ . A área onde ficam contidos os vários resíduos é delimitada por uma elipse, cujos semi-eixos maior e menor são dados pelos desvios padrão da média dos resíduos em x e y, respectivamente.

A tabela 18, mostra os percentuais que indicam o número de pontos (resíduos) que aparecem em 1σ , 2σ e 3σ , relativos as 173 placas de Urano. Entre parênteses é dado o número de pontos. Os percentuais encontrados, para a distribuição de resíduos neste trabalho, estão de acordo com o esperado numa distribuição normal. Os valores esperados para uma distribuição normal, são respectivamente, 46%, 91% e 99%.

Tabela 18 - Percentual do número de resíduos			
Satélites	1σ	2σ	3σ
Miranda	71,68% (124)	96,54% (167)	99,43% (172)
Ariel	68,79% (119)	95,96% (166)	98,85% (171)
Umbriel	72,25% (125)	98,26% (170)	98,84% (171)
Titania	73,41% (127)	94,22% (163)	98,27% (170)

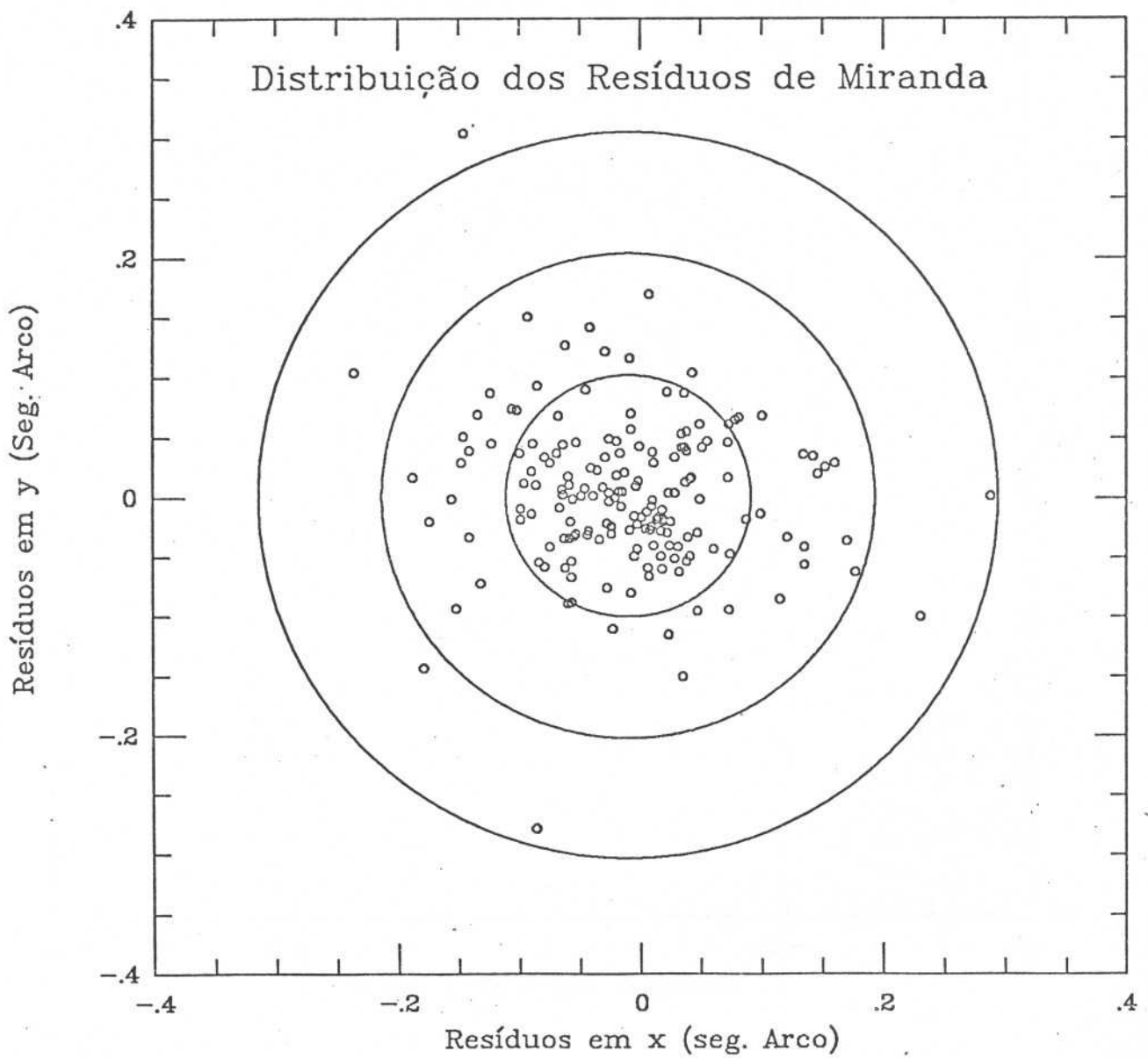
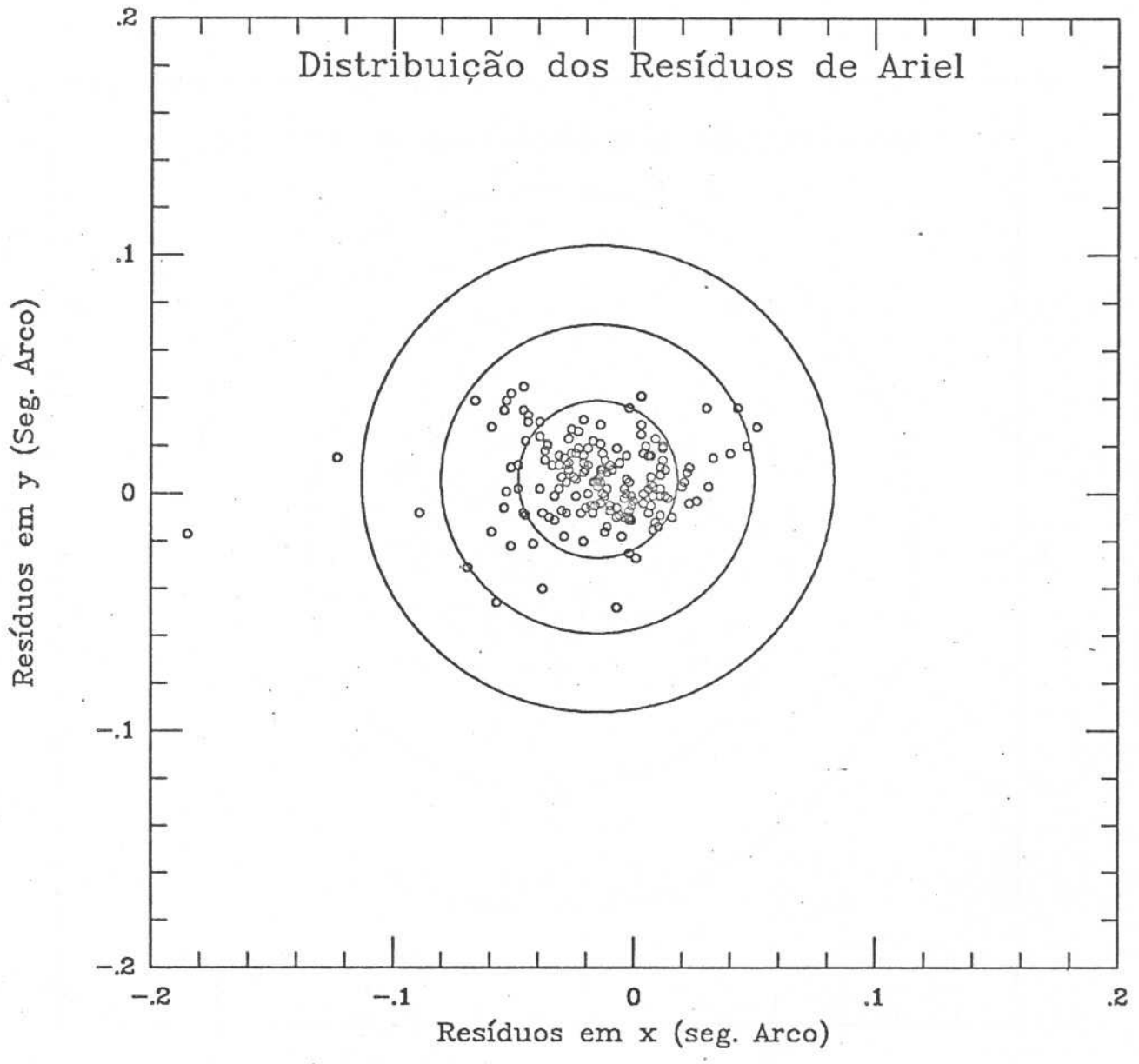
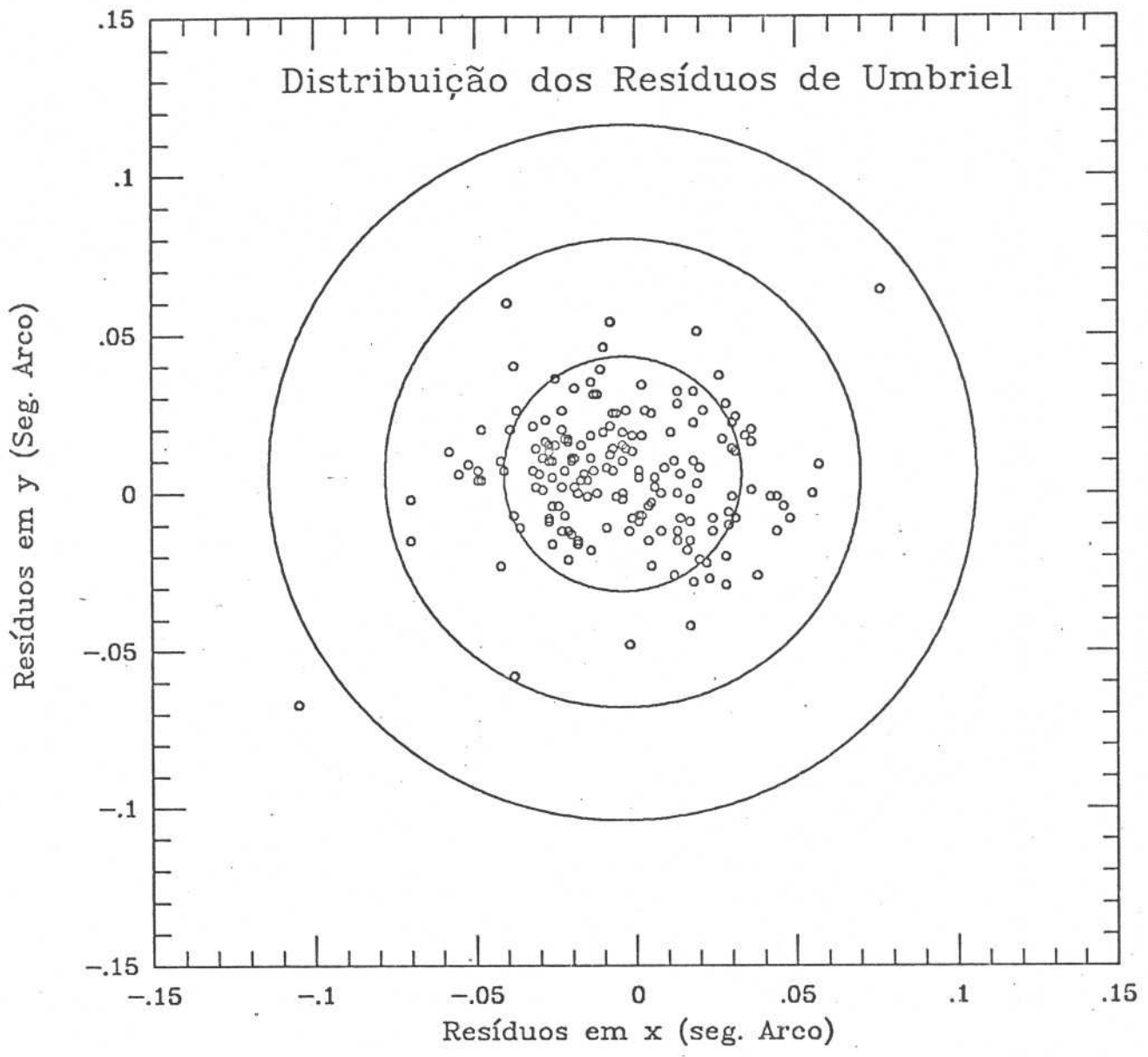
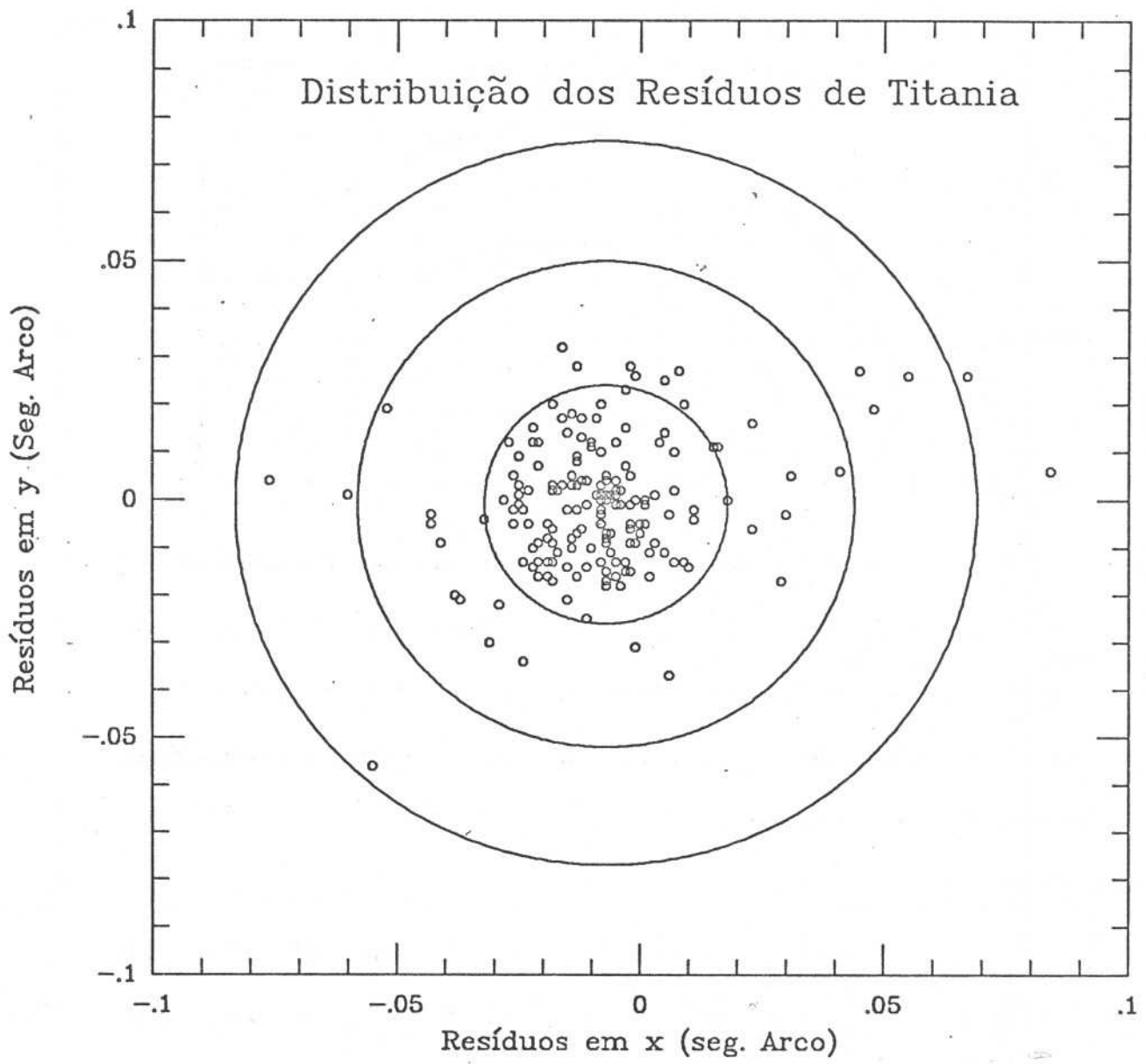


Figura 18 - Distribuição dos resíduos contidos em 1σ , 2σ e 3σ





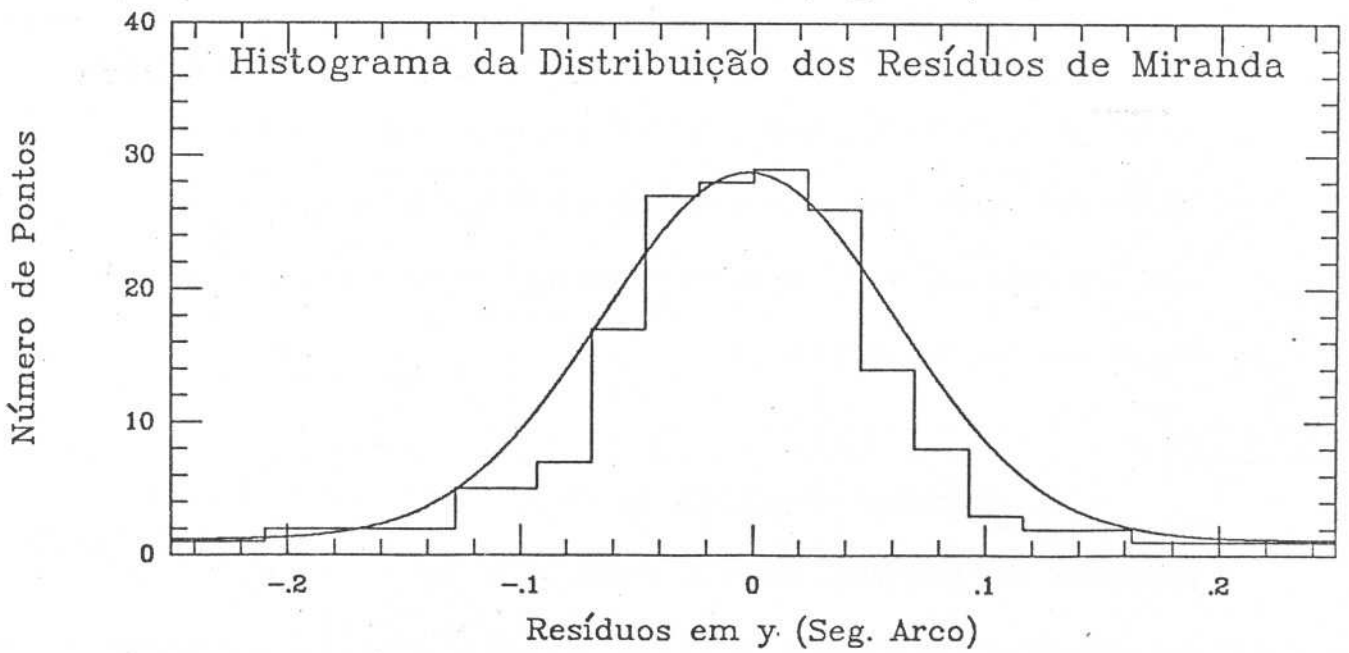
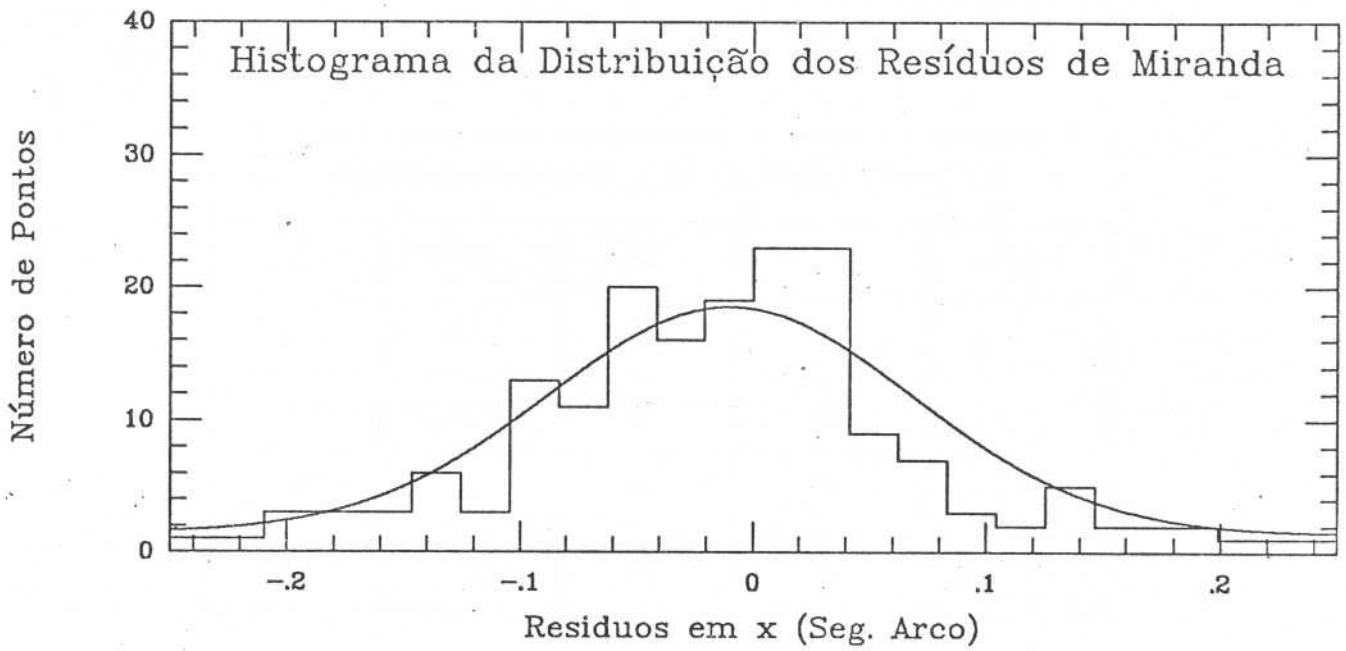


Na tabela 19, tem-se o número de resíduos encontrados em cada quadrante, da figura 13.

Tabela 19 - Número de resíduos por quadrante				
Satélites	1º	2º	3º	4º
Miranda	32	53	42	46
Ariel	30	76	49	18
Umbriel	35	70	30	38
Titania	18	56	78	21

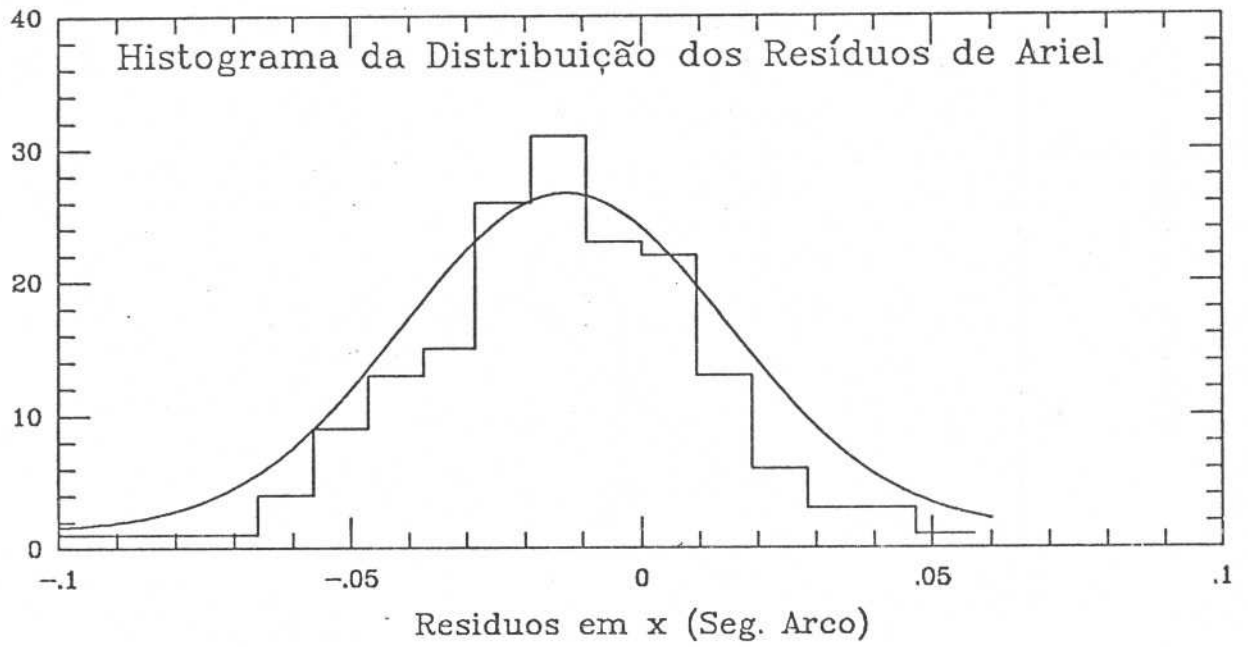
Os histogramas 2, dados a seguir, mostram a distribuição dos resíduos de cada satélite. Ajustou-se uma gaussiana a essa distribuição, que aparece nos histogramas como uma linha contínua. Pode-se verificar que a distribuição dos resíduos, em geral, é simétrica (ou com assimetria moderada) em relação ao centro da gaussiana.

Os valores encontrados na tabela 17 foram utilizados como parâmetros da gaussiana, sendo o centro e a largura a meia altura, respectivamente, a média dos resíduos e o desvio padrão. Somente foram ajustados os parâmetros que correspondem a altura da gaussiana e o fundo de céu.

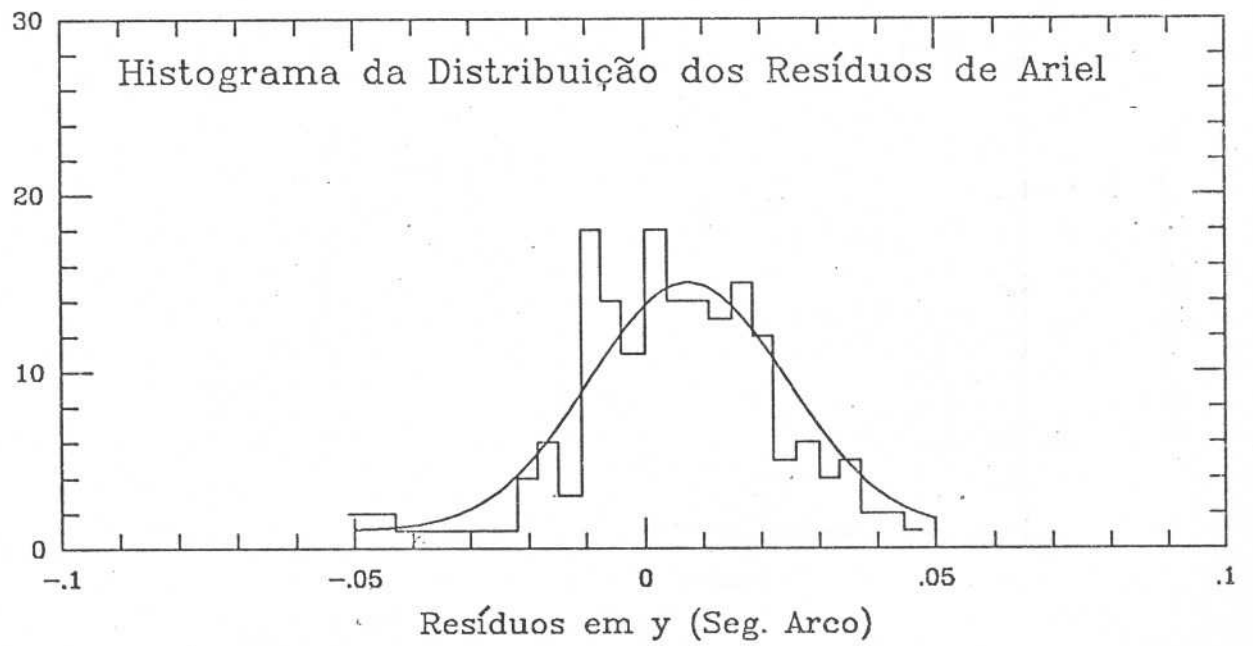


*Histograma 2 - Distribuição dos resíduos dos satélites de Urano ajustados
a uma gaussiana*

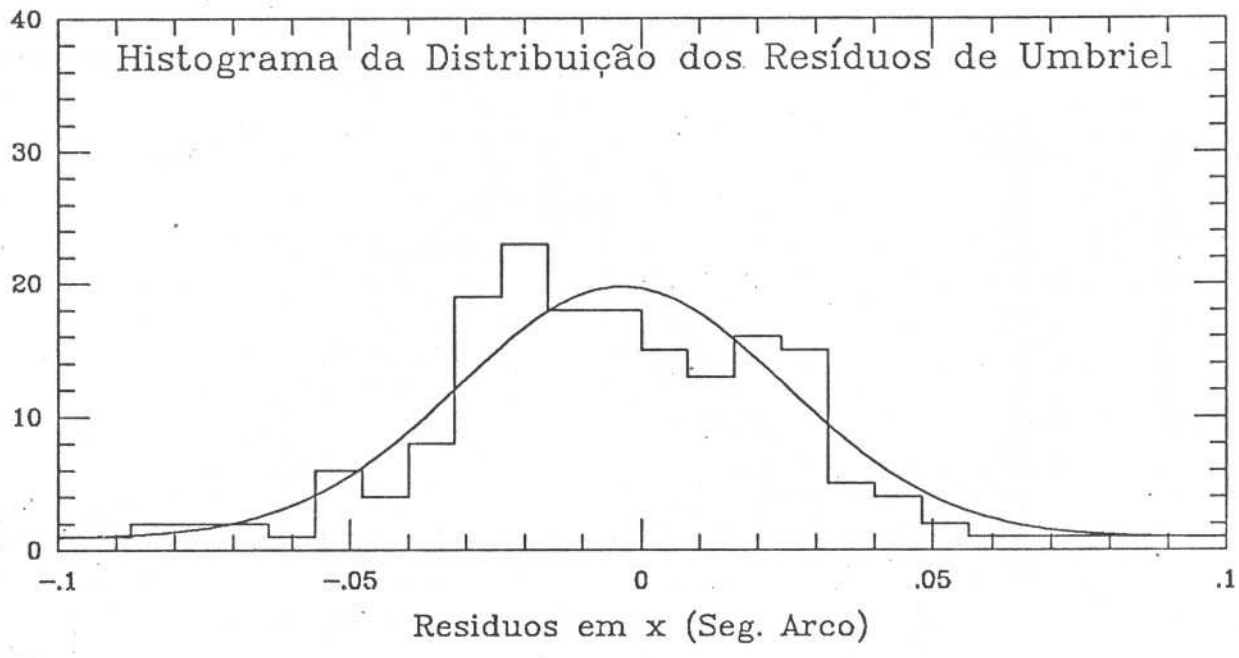
Número de Pontos



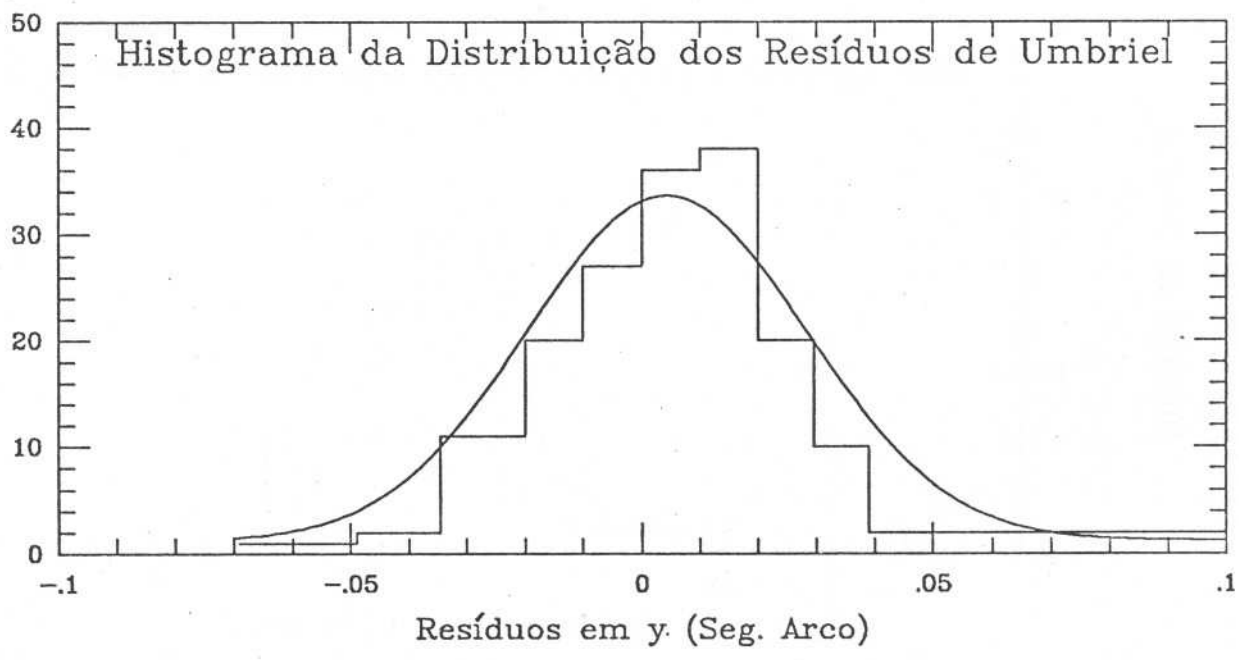
Número de Pontos



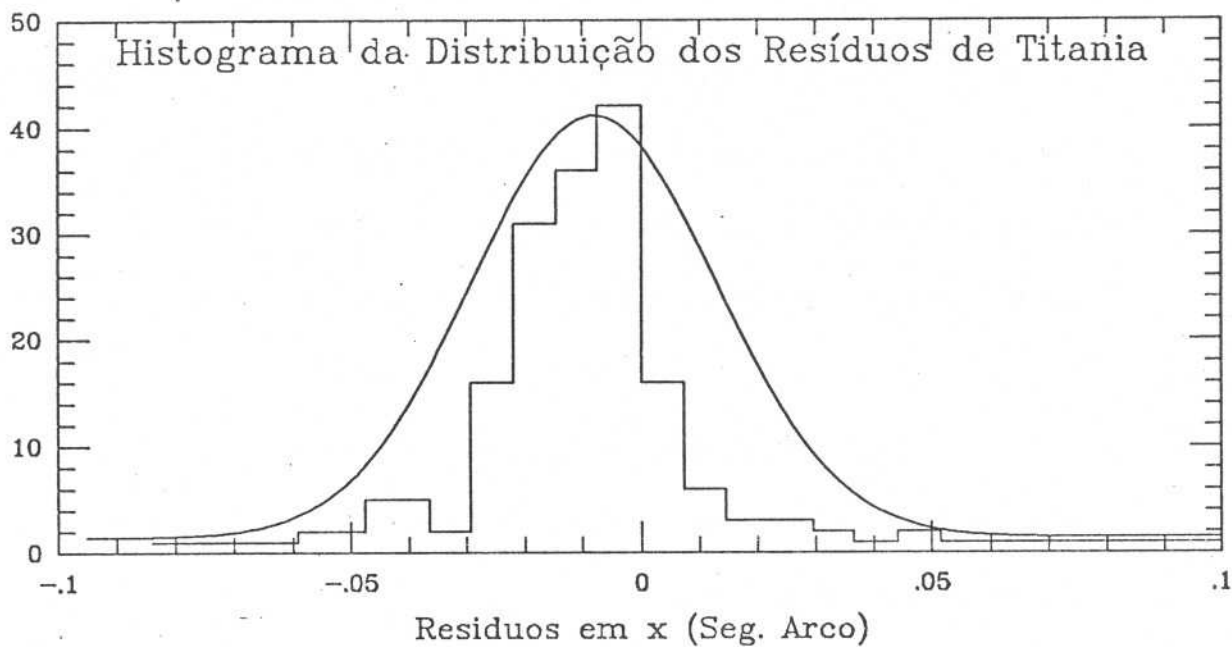
Número de Pontos



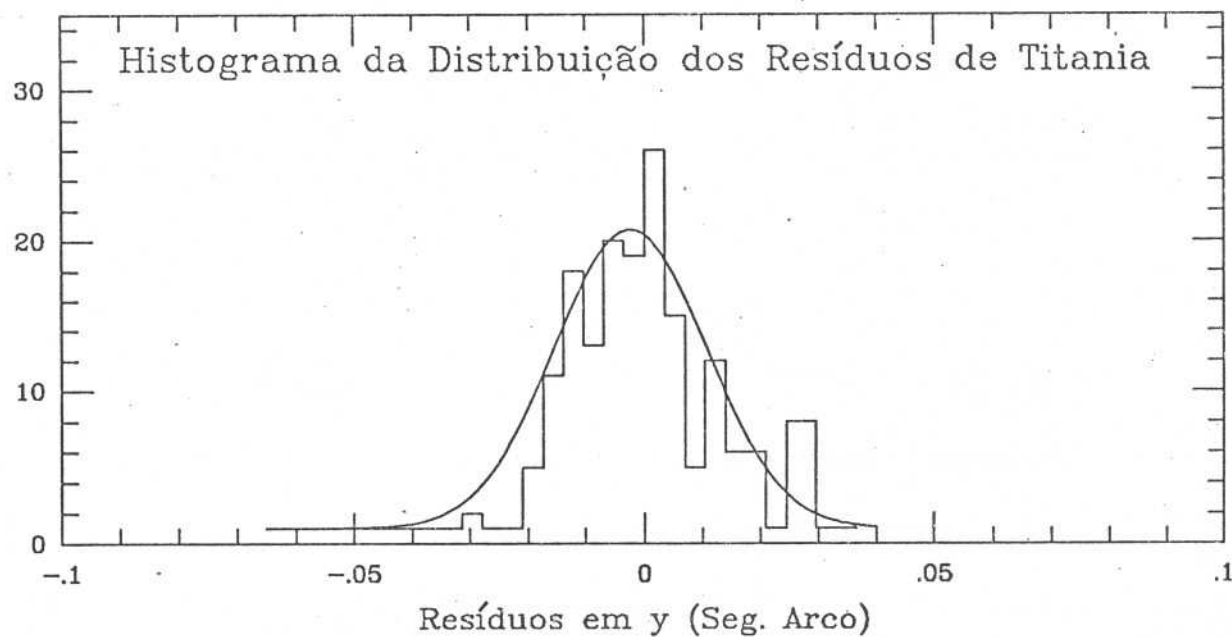
Número de Pontos



Número de Pontos



Número de Pontos



Finalmente, são comparados os resultados deste trabalho com os obtidos por Veillet (1983). Em seu trabalho, Veillet fornece os resíduos de 200 observações feitas no E.S.O (European Southern Observatory) e C.F.H (Canada-France-Hawaii Telescope Corporation), entre 1980 e 1982, cujas posições foram reduzidas a partir do Método Clássico, utilizando-se a técnica do campo secundário. Estes resíduos são dados em relação ao satélite Oberon.

Estas observações são as que permitiram a obtenção dos melhores resíduos, fornecidos até hoje, em placas fotográficas, cujas medidas foram feitas num instrumento de medidas visuais.

É importante lembrar que a qualidade das imagens das placas obtidas por Veillet, são muito melhores que as utilizadas para este trabalho.

A tabela 20 mostra os desvios padrão dos resíduos ($\sigma^2 = [(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)/2]$) obtidos neste trabalho, utilizando-se o Método do Movimento do Planeta e os fornecidos no trabalho de Veillet. Nesta tabela fez-se também, uma comparação entre os resíduos obtidos a partir das posições teóricas, determinadas com os elementos orbitais de Veillet (1983), e os obtidos com a GUST86.

Tabela 20 - Desvios padrão dos satélites de Urano em relação a Oberon			
	Veillet (200 placas)	Este trabalho (173 placas)	
		E.O.V	GUST86
Satélites	σ	σ	σ
Miranda	.070	.090	.071
Ariel	.070	.051	.023
Umbriel	.065	.053	.026
Titania	.085	.086	.018

E.O.V - Elementos Orbitais de Veillet.

Como se pode notar, os desvios padrão obtidos a partir das posições geradas com a GUST86, se revelam melhores que os obtidos com as posições fornecidas a partir dos elementos de Veillet. Isto se deve ao fato da GUST86 ser uma teoria mais elaborada que o modelo utilizado por Veillet.

Os desvios padrão obtidos com as placas feitas no LNA, na tabela 20, utilizando-se os elementos orbitais de Veillet, são da mesma ordem que os obtidos pelo referido autor em suas observações. Chama-se a atenção para o fato das imagens deste trabalho serem de má qualidade (como visto no capítulo anterior), em relação as obtidas por Veillet, no ESO.

Procedeu-se ainda uma comparação dos resultados deste trabalho, utilizando-se alguns conjuntos de elementos orbitais fornecidos em Harris (1949); Dunhan (1971); Whitaker (1973) e Jacobson (1985). Os resíduos obtidos a partir das posições teóricas, determinadas com os elementos de Jacobson, são equivalentes aos obtidos com os de Veillet. Os resíduos obtidos, com os elementos dos três primeiros autores acima, se mostraram insuficientes, principalmente para o satélite Miranda.

Além desses três autores usarem observações, na sua grande maioria anteriores a 1950, para ajustar a teoria, não consideraram ainda a ressonância Laplaciana (Lazzaro, 1984) existente entre os satélites Miranda, Ariel e Umbriel.

Esta ressonância causa uma oscilação na longitude de Miranda, devido a quasi-comensurabilidade entre os movimentos médios dos três satélites; ou seja:

$$n_1 - 3n_2 + 2n_3 = -0,08/dia$$

Onde: n_1 , n_2 , n_3 correspondem respectivamente aos movimentos médios de Miranda, Ariel e Umbriel.

Em Veiga (1986) são apresentados os desvios padrão dos resíduos, cujas medidas das imagens foram feitas no Ascorecord. A posição teórica dos satélites foi obtida a partir dos elementos orbitais de Veillet, sendo usado o Método Clássico para a redução das posições.

A tabela 21, reproduz os resultados obtidos naquele trabalho.

Tabela 21 - Desvios padrão dos satélites de Urano em relação a Oberon encontrados em Veiga (1986)	
Satélites	Veiga (1986)
	σ
Miranda	.173 (208)
Ariel	.115 (264)
Umbriel	.113 (264)
Titania	.125 (264)

Observa-se nesta tabela que o número de placas reduzidas é colocado entre parênteses.

Comparando-se os valores dos desvios padrão dos resíduos obtidos na tabela 21 e os da 2ª coluna da tabela 20 (E.O.V), pode-se ver que o processo de medida das imagens foi fundamental para a melhoria dos resultados.

Além disso, o Método do Movimento do Planeta se mostrou tão ou mais eficiente que o Método Clássico, porque independe da construção de catálogos secundários, somente dependendo do movimento do planeta.

III.3 - Resultados finais para o satélite Tritão de Netuno

O formato e as variáveis da lista, dada no anexo II, são as mesmas adotadas para os satélites de Urano. As 38 posições observadas de Tritão são dadas no mesmo sistema de referência usado para Urano e em relação ao centro do planeta.

1115 1987 6 19.22740				
Satélite	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	$(o-c)_x$	$(o-c)_y$
Tritão	-13.66	-3.47	-.05	-.02

Obs: Em algumas placas foram feitas até três observações de Netuno. Então à numeração do LNA foi acrescentada as letras a,b e c, que se referem respectivamente, a primeira, segunda e terceira pose.

As coordenadas desta lista estão referidas ao equador e equinócio 1950,0. Os resíduos foram obtidos da comparação com as posições teóricas, determinadas a partir dos elementos orbitais apresentados em Harris (1984). Foi feita uma redução das observações dadas neste trabalho, utilizando-se os elementos fornecidos por Harris e os fornecidos por Jacobson et al (1990).

Apesar da teoria ter sido ajustada, com a inclusão das observações da missão Voyager 2, em Jacobson, não evidenciou-se melhora nos resíduos obtidos aqui.

Na tabela 22 são mostradas as médias e desvios padrão dos resíduos da lista de 38 observações de Tritão. As posições também foram reduzidas com o Método do Movimento do Planeta.

Tabela 22 - Resíduos do satélite Tritão de Netuno (38 placas)		
Satélite	$\langle x \rangle$ σ_x	$\langle y \rangle$ σ_y
Tritão	-0.035 .062	-0.008 .049

Obs: As médias e os desvios padrão são dados em segundos de arco.

Verifica-se, na tabela 22, que as médias dos resíduos e os desvios padrão em x , das observações do satélite Tritão, têm a mesma tendência que as verificadas para os quatro satélites externos de Urano. Este fato, deve-se não somente a imprecisão na determinação do centro da imagem do planeta, como também a possíveis erros de magnitude.

As posições de Tritão são fornecidas em relação a Netuno, que mesmo não oferecendo resultados precisos, se mostram melhores que os apresentados na literatura (Walker, 1978) .

O gráfico 9 apresentado a seguir, revela a distribuição dos resíduos do satélite Tritão evidenciando a tendência já comentada, obtidos com as placas analisadas, cujas posições foram reduzidas com o Método do Movimento do Planeta. Os resíduos são dados em relação ao planeta.

Na figura 14 mostra-se também a distribuição dos resíduos de Tritão contidos em 1σ e 2σ . A tabela 23, idêntica a tabela 18, fornece os mesmos parâmetros para os resíduos de Tritão relativos as 38 placas utilizadas.

Tabela 23 - Percentual do número de resíduos		
Satélite	1σ	2σ
Tritão	47,37% (18)	100,00% (38)

A tabela 24 mostra o número de resíduos encontrados em cada quadrante da figura 19.

Tabela 24 - Número de resíduos por quadrante				
Satélite	1º	2º	3º	4º
Tritão	4	18	11	5

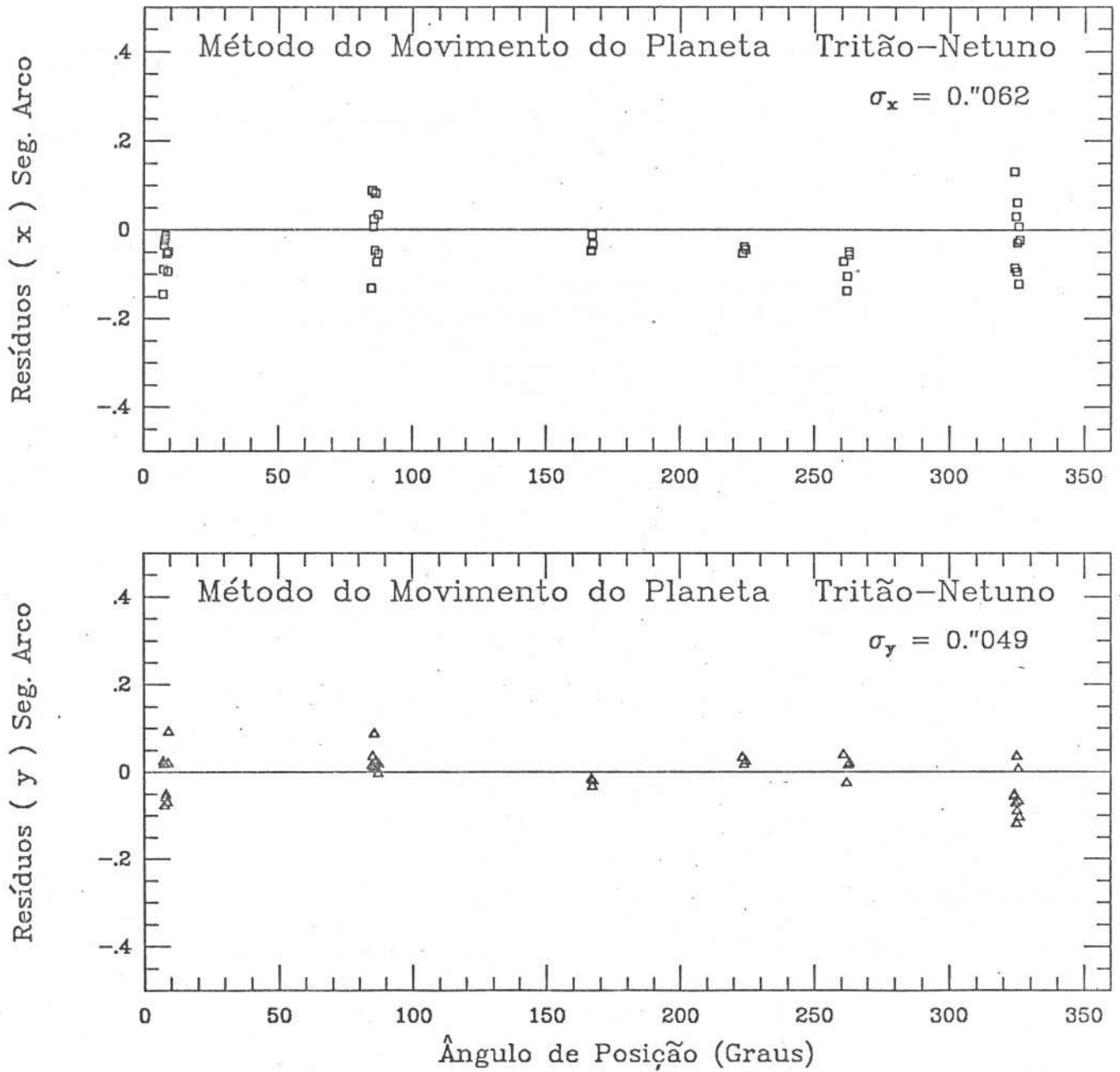


Gráfico 9 - Distribuição dos resíduos do satélite Tritão dados em relação a Netuno

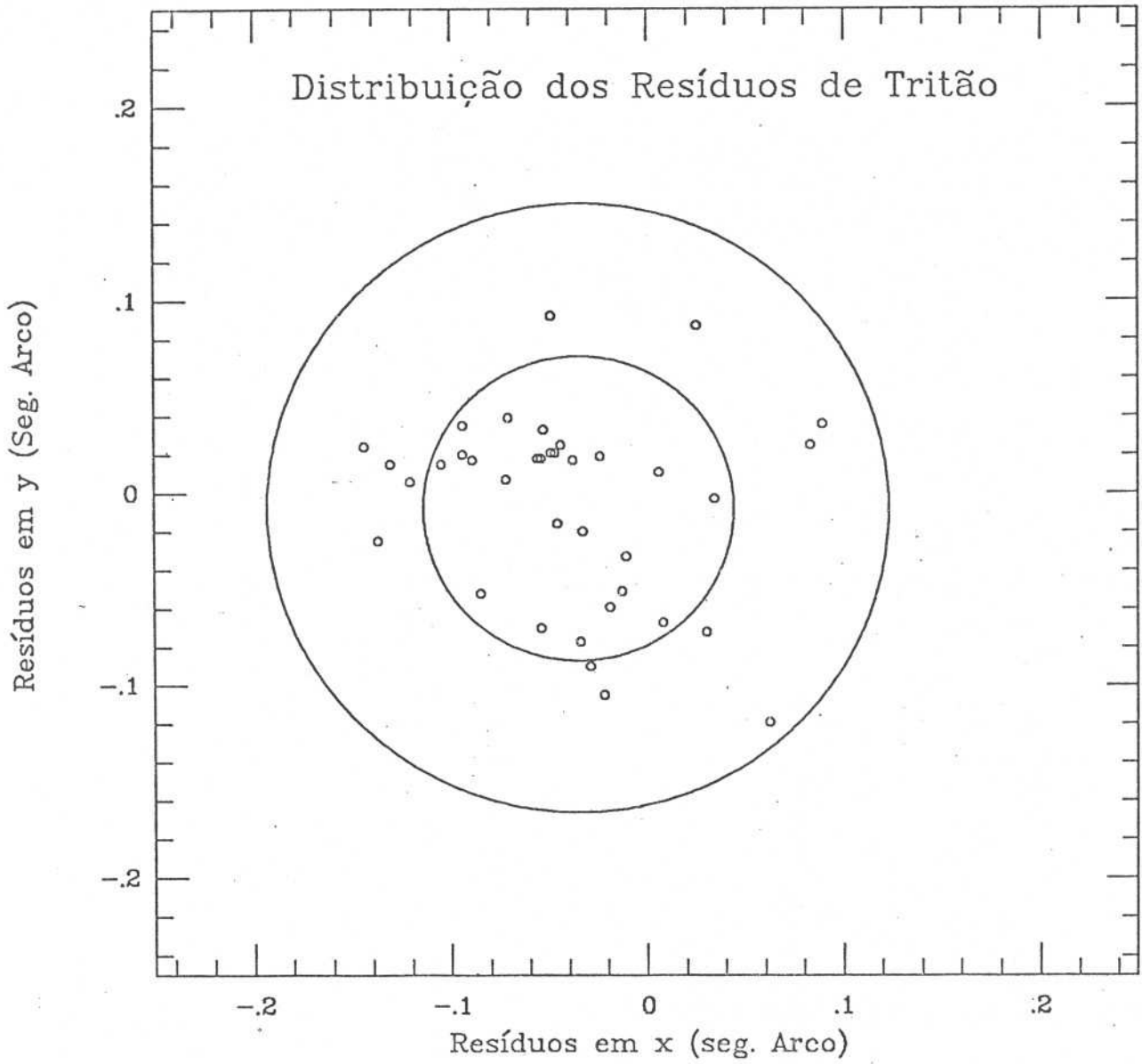


Figura 19 - Distribuição dos resíduos contidos em 1σ e 2σ

IV - CONCLUSÃO

Os resultados obtidos, ao longo dos dois capítulos anteriores, mostram que a utilização do Método do Movimento do Planeta para se determinar a posição dos satélites, fornece resultados tão precisos quanto os obtidos com o Método Clássico.

A determinação do centro de imagens digitalizadas, a partir de Gaussianas Bidimensionais, revelou melhores resultados que os obtidos com as medidas visuais. Os algoritmos utilizados foram retirados da literatura, e modificados, particularmente, para as imagens obtidas no LNA, admitindo sua assimetria.

O mérito desta forma de determinar o centro das imagens é o de se conseguir posições precisas, a partir de imagens que podem ser consideradas astrometricamente não aproveitáveis na sua grande maioria.

Sem dúvida, o procedimento de retirada do gradiente de luz da imagem do planeta Urano sobre a do satélite Miranda, se mostrou muito eficiente, permitindo resultados satisfatórios, comparáveis aos obtidos com as melhores observações fotográficas (Veillet, 1983).

A determinação precisa do centro das imagens dos planetas, permitiu que fosse tomada esta origem, natural, para o sistema de referência, em relação ao qual as posições dos satélites são referidas. Este fato torna-se relevante, a partir do momento que estas posições podem contribuir para novos ajustes da teoria e, conseqüentemente, construção de efemérides mais precisas.

V - TRABALHOS FUTUROS

Futuramente, será feita a redução das observações obtidas com a câmara CCD. O tratamento dessas imagens, deve seguir o mesmo procedimento adotado para as imagens das placas fotográficas. O trabalho de redução dessas observações será iniciado uma vez que foram implantadas as estações de trabalho no Observatório Nacional, fundamentais para o processamento das imagens. Os programas de determinação do centro das imagens e redução das posições dos satélites, deverão ser adaptados para as estações de trabalho.

O programa de observações dos sistemas de satélites de Urano e Netuno, no CCD, começou em 1990 no Laboratório Nacional de Astrofísica. O CCD utilizado (Wright Instruments Ltd) tem um campo de 2',65 por 1',60, e é constituído de uma matriz de 578 pixels por 348 pixels. Um pixel é igual 22 μ m (0",286).

Os tempos de exposição para o sistema de satélites de Urano variaram entre 10 e 12 segundos. Para o sistema de satélites de Netuno, 2 segundos de exposição foram suficientes para obter a imagem de Tritão. Em 1990 e 1991 foram feitas 509 imagens do sistema de Urano e 442 do sistema de Netuno-Tritão.

Os problemas para a redução das imagens do CCD, deverão ser basicamente os seguintes:

- 1) Cada um dos sistemas de satélites de Urano e Netuno fica contido num campo de estrelas apenas por uma noite de observação, ou seja, na noite seguinte este campo já não é comum ao da anterior, tendo-se que fazer campos intermediários para ligá-los.

2) Não existem estrelas catalogadas no campo, tendo-se que definir um catálogo secundário, que será bem mais trabalhoso que no caso das placas fotográficas, pois no pequeno campo do CCD as estrelas que aparecem em quantidade suficiente para a determinação do sistema de referência são muito fracas, sendo difícil identificá-las, em geral, nas placas astrográficas de grande campo. Para reduzir as posições dos satélites será aplicado então o Método do Movimento do Planeta.

3) A identificação das estrelas comuns aos vários campos implicará no desenvolvimento de novos programas.

4) Finalmente, em dois anos de observação, obteve-se da ordem de 800 MBytes de dados a serem reduzidos, o que significa um longo tempo de processamento.

Anexo II

POSIÇÕES OBSERVADAS DOS SATÉLITES DE URANO

A lista das 173 posições observadas dos satélites de Urano é fornecida nas páginas seguintes.

Na primeira linha de cada conjunto de dados se encontra o número da placa (numeração do LNA), seguindo-se da data da observação : ano, mês, dia e fração em tempo universal. Nas linhas subsequentes estão postos os nomes dos satélites seguido de suas coordenadas ($\Delta\alpha\cos\delta$ e $\Delta\delta$) em relação a Urano e dos respectivos resíduos (observado - calculado), dados em segundos de arco.

555 1984 6 5.15160
 Miranda 9.55 .66 -.19 -.10
 Ariel 12.42 -7.70 .01 .06
 Umbriel -18.39 8.66 .02 .02
 Titania 24.58 21.89 -.03 .03
 Oberon 43.44 8.23 -.01 .05

557 1984 6 5.19170
 Miranda 9.71 -.96 -.06 .03
 Ariel 11.62 -8.96 .04 -.02
 Umbriel -17.81 9.76 .06 .01
 Titania 25.26 21.10 .01 -.03
 Oberon 43.63 7.35 .03 -.01

558 1984 6 5.20140
 Miranda 9.68 -1.44 -.05 -.02
 Ariel 11.43 -9.21 .06 .01
 Umbriel -17.67 9.98 .05 -.02
 Titania 25.43 20.95 .04 .01
 Oberon 43.69 7.16 .05 .00

559 1984 6 5.20970
 Miranda 9.69 -1.79 .01 -.01
 Ariel 11.17 -9.48 -.01 -.03
 Umbriel -17.57 10.20 .03 -.03
 Titania 25.51 20.76 -.01 -.03
 Oberon 43.67 6.95 .00 -.04

560 1984 6 5.21740
 Miranda 9.66 -2.15 .04 -.04
 Ariel 11.01 -9.67 .01 -.01
 Umbriel -17.46 10.43 .02 .00
 Titania 25.66 20.64 .02 -.01
 Oberon 43.72 6.82 .02 -.02

561 1984 6 5.22570
 Miranda 9.50 -2.41 -.05 .04
 Ariel 10.84 -9.91 .04 -.03
 Umbriel -17.30 10.63 .05 -.02
 Titania 25.80 20.47 .03 -.02
 Oberon 43.78 6.63 .05 -.03

571 1984 6 6.05420
 Miranda -7.00 6.91 .04 -.13
 Ariel -13.62 -4.64 .05 -.02
 Umbriel 4.43 19.73 .02 -.03
 Titania 33.05 2.19 .05 -.01
 Oberon 43.32 -10.40 .06 -.02

572 1984 6 6.06180
 Miranda -6.60 7.25 .20 -.02
 Ariel -13.72 -4.39 .03 -.04
 Umbriel 4.65 19.67 .02 -.04
 Titania 33.04 1.98 .03 -.04
 Oberon 43.27 -10.58 .05 -.04

574 1984 6 6.07640	575 1984 6 6.08400
Miranda -6.25 7.65 .08 -.03	Miranda -5.99 7.87 .08 -.01
Ariel -13.84 -3.85 .07 .00	Ariel -13.94 -3.52 .05 .06
Umbriel 5.15 19.61 .08 .02	Umbriel 5.33 19.60 .04 .07
Titania 33.10 1.66 .06 -.01	Titania 33.09 1.52 .04 .04
Oberon 43.24 -10.84 .08 .00	Oberon 43.19 -10.94 .07 .05
578 1984 6 6.12710	579 1984 6 6.13470
Miranda -4.45 8.87 .05 .01	Miranda -4.10 9.14 .11 .14
Ariel -14.26 -2.03 .05 .02	Ariel -14.27 -1.71 .08 .07
Umbriel 6.59 19.16 .04 .03	Umbriel 6.86 19.13 .09 .08
Titania 33.13 .47 .04 .02	Titania 33.16 .32 .06 .05
Oberon 42.97 -11.83 .07 .02	Oberon 42.95 -11.95 .09 .05
581 1984 6 6.15450	582 1984 6 6.15900
Miranda -3.39 9.25 .02 -.06	Miranda -3.15 9.40 .08 .03
Ariel -14.37 -1.08 .06 -.02	Ariel -14.42 -.94 .02 -.04
Umbriel 7.41 18.82 .07 -.02	Umbriel 7.48 18.75 .02 -.03
Titania 33.13 -.27 .03 -.06	Titania 33.13 -.34 .03 -.02
Oberon 42.85 -12.39 .09 .00	Oberon 42.78 -12.51 .04 -.02
583 1984 6 6.17360	587 1984 6 7.14130
Miranda -2.56 9.55 .07 .00	Miranda -7.26 -5.89 .31 .07
Ariel -14.47 -.36 .01 .00	Ariel 10.56 10.01 .12 .04
Umbriel 7.88 18.59 .01 -.02	Umbriel 19.55 -5.95 .14 .05
Titania 33.12 -.69 .02 -.02	Titania 25.27 -21.83 .13 .05
Oberon 42.68 -12.78 .03 -.01	Oberon 33.24 -30.00 .15 .04

588 1984 6 7.14860
 Miranda -7.67 -5.76 .10 -.05
 Ariel 10.74 9.81 .11 .03
 Umbriel 19.52 -6.18 .18 .03
 Titania 25.22 -21.99 .19 .01
 Oberon 33.23 -30.14 .24 .02

589 1984 6 7.15420
 Miranda -7.87 -5.53 .05 -.02
 Ariel 10.83 9.62 .07 -.01
 Umbriel 19.38 -6.37 .09 .00
 Titania 25.02 -22.10 .08 .00
 Oberon 33.02 -30.24 .11 .00

590 1984 6 7.15900
 Miranda -8.00 -5.34 .03 -.01
 Ariel 10.95 9.51 .07 .01
 Umbriel 19.30 -6.51 .05 .00
 Titania 24.94 -22.19 .07 .00
 Oberon 32.95 -30.32 .10 .00

591 1984 6 7.16670
 Miranda -8.13 -5.10 .09 -.05
 Ariel 11.17 9.32 .11 .04
 Umbriel 19.26 -6.70 .09 .03
 Titania 24.86 -22.30 .11 .03
 Oberon 32.86 -30.40 .12 .03

592 1984 6 7.17220
 Miranda -8.27 -4.89 .07 -.05
 Ariel 11.26 9.13 .07 .00
 Umbriel 19.22 -6.88 .10 .02
 Titania 24.77 -22.42 .11 .01
 Oberon 32.79 -30.50 .13 .02

593 1984 6 7.18060
 Miranda -8.34 -4.49 .19 .03
 Ariel 11.45 8.85 .07 -.04
 Umbriel 19.13 -7.15 .11 -.01
 Titania 24.63 -22.60 .11 -.02
 Oberon 32.67 -30.66 .12 -.02

594 1984 6 7.18750
 Miranda -8.52 -4.17 .16 .07
 Ariel 11.62 8.70 .08 .01
 Umbriel 19.07 -7.33 .12 .01
 Titania 24.53 -22.69 .12 .01
 Oberon 32.57 -30.73 .12 .02

595 1984 6 7.19310
 Miranda -8.75 -4.13 .03 -.11
 Ariel 11.70 8.45 .05 -.08
 Umbriel 18.96 -7.57 .06 -.07
 Titania 24.39 -22.86 .07 -.07
 Oberon 32.46 -30.88 .09 -.05

596 1984 6 7.19860	597 1984 6 7.20420
Miranda -8.79 -3.79 .09 .01	Miranda -8.86 -3.57 .13 .01
Ariel 11.82 8.40 .05 .04	Ariel 11.94 8.18 .05 -.02
Umbriel 18.90 -7.61 .07 .04	Umbriel 18.82 -7.84 .05 -.03
Titania 24.30 -22.86 .08 .02	Titania 24.21 -23.01 .07 -.03
Oberon 32.37 -30.87 .08 .04	Oberon 32.29 -31.03 .08 -.04

598 1984 6 7.21110	609 1984 6 8.06940
Miranda -9.05 -3.23 .04 .06	Miranda 9.43 -3.17 .08 -.01
Ariel 12.07 8.03 .04 .04	Ariel .52 -14.52 .08 -.01
Umbriel 18.76 -7.98 .07 .03	Umbriel -2.52 -19.96 .06 -.02
Titania 24.09 -23.09 .07 .01	Titania 6.35 -32.62 .09 -.01
Oberon 32.19 -31.07 .07 .03	Oberon 17.74 -41.01 .09 -.03

610 1984 6 8.07360	611 1984 6 8.09930
Miranda 9.22 -3.43 -.08 -.09	Miranda 8.95 -4.38 .06 -.02
Ariel .36 -14.51 .06 -.01	Ariel -.59 -14.50 .05 -.02
Umbriel -2.65 -19.93 .06 .00	Umbriel -3.42 -19.80 .07 -.01
Titania 6.23 -32.65 .06 -.02	Titania 5.63 -32.75 .07 -.02
Oberon 17.64 -41.02 .07 .00	Oberon 17.15 -41.24 .07 -.02

612 1984 6 8.10620	613 1984 6 8.11250
Miranda 8.80 -4.58 .04 .05	Miranda 8.75 -4.92 .11 -.05
Ariel -.84 -14.44 .04 .02	Ariel -1.04 -14.50 .07 -.05
Umbriel -3.63 -19.74 .06 .02	Umbriel -3.80 -19.77 .08 -.06
Titania 5.46 -32.75 .06 .00	Titania 5.33 -32.80 .08 -.03
Oberon 17.01 -41.26 .07 .00	Oberon 16.93 -41.36 .11 -.04

615 1984 6 8.12920
 Miranda 8.32 -5.48 .05 .01
 Ariel -1.67 -14.36 .05 .02
 Umbriel -4.33 -19.59 .06 .01
 Titania 4.90 -32.81 .05 .02
 Oberon 16.58 -41.43 .08 .01

617 1984 6 8.14380
 Miranda 8.02 -5.99 .11 .01
 Ariel -2.15 -14.26 .09 .04
 Umbriel -4.71 -19.46 .12 .03
 Titania 4.61 -32.85 .10 .03
 Oberon 16.34 -41.52 .11 .03

618 1984 6 8.14860
 Miranda 7.87 -6.19 .09 -.02
 Ariel -2.34 -14.23 .06 .03
 Umbriel -4.87 -19.44 .10 .01
 Titania 4.50 -32.86 .11 .03
 Oberon 16.24 -41.58 .11 .00

619 1984 6 8.15630
 Miranda 7.72 -6.40 .13 .03
 Ariel -2.59 -14.18 .09 .03
 Umbriel -5.07 -19.37 .12 .02
 Titania 4.30 -32.88 .09 .03
 Oberon 16.10 -41.61 .11 .02

620 1984 6 8.16320
 Miranda 7.39 -6.61 .00 .05
 Ariel -2.86 -14.13 .07 .03
 Umbriel -5.31 -19.31 .09 .02
 Titania 4.10 -32.92 .06 .01
 Oberon 15.92 -41.68 .07 .01

621 1984 6 8.17010
 Miranda 7.30 -6.89 .12 -.02
 Ariel -3.06 -14.09 .11 .01
 Umbriel -5.46 -19.28 .15 -.01
 Titania 3.98 -32.95 .11 .00
 Oberon 15.84 -41.73 .12 .00

622 1984 6 8.17570
 Miranda 7.07 -7.08 .05 -.04
 Ariel -3.34 -14.06 .03 -.01
 Umbriel -5.73 -19.22 .04 .00
 Titania 3.79 -32.98 .04 -.02
 Oberon 15.66 -41.79 .05 -.02

623 1984 6 8.18130
 Miranda 6.87 -7.18 .02 .03
 Ariel -3.47 -13.99 .10 .01
 Umbriel -5.82 -19.16 .12 .01
 Titania 3.71 -32.97 .09 .00
 Oberon 15.61 -41.81 .11 .01

624 1984 6 8.18820
 Miranda 6.63 -7.38 .00 .03
 Ariel -3.76 -13.91 .05 .02
 Umbriel -6.07 -19.08 .07 .02
 Titania 3.51 -32.99 .06 .00
 Oberon 15.45 -41.86 .08 .01

625 1984 6 8.19440
 Miranda 6.52 -7.53 .09 .05
 Ariel -3.94 -13.87 .09 .00
 Umbriel -6.23 -19.04 .09 -.01
 Titania 3.38 -33.02 .08 -.01
 Oberon 15.35 -41.92 .10 -.02

626 1984 6 8.19930
 Miranda 6.32 -7.74 .05 -.02
 Ariel -4.10 -13.83 .09 -.02
 Umbriel -6.34 -19.00 .12 -.01
 Titania 3.27 -33.04 .09 -.03
 Oberon 15.25 -41.96 .09 -.03

629 1984 6 9.17150
 Miranda 4.78 8.46 .20 -.08
 Ariel -5.78 13.33 .11 -.03
 Umbriel -19.49 5.02 .13 -.05
 Titania -18.75 -27.04 .15 -.06
 Oberon -4.46 -44.12 .18 -.06

630 1984 6 9.18190
 Miranda 4.87 8.28 -.10 -.04
 Ariel -5.59 13.34 -.05 -.16
 Umbriel -19.51 5.17 .03 -.21
 Titania -18.99 -27.01 .11 -.17
 Oberon -4.72 -44.17 .14 -.14

631 1984 6 9.19050
 Miranda 5.16 8.03 -.13 -.08
 Ariel -5.26 13.59 .00 -.02
 Umbriel -19.45 5.58 .02 -.05
 Titania -19.22 -26.76 .05 -.04
 Oberon -4.99 -44.07 .04 -.06

632 1984 6 9.19790
 Miranda 5.88 7.75 .32 -.17
 Ariel -4.93 13.66 .08 -.04
 Umbriel -19.33 5.83 .09 -.02
 Titania -19.33 -26.67 .08 -.06
 Oberon -5.09 -44.06 .09 -.07

633 1984 6 9.20490
 Miranda 5.80 7.62 .00 -.12
 Ariel -4.72 13.71 .05 -.08
 Umbriel -19.30 6.00 .05 -.05
 Titania -19.48 -26.60 .07 -.10
 Oberon -5.23 -44.08 .09 -.11

634 1984 6 9.21040
 Miranda 5.99 7.55 .00 -.04
 Ariel -4.55 13.83 .04 -.02
 Umbriel -19.20 6.18 .11 -.04
 Titania -19.57 -26.49 .09 -.06
 Oberon -5.34 -44.00 .09 -.05

641 1984 6 11.04240
 Miranda 5.81 -8.03 .10 .10
 Ariel -12.87 -6.33 .04 .03
 Umbriel 20.19 1.30 .01 -.02
 Titania -30.79 12.86 .05 .03
 Oberon -36.70 -24.17 .05 .04

642 1984 6 11.04930
 Miranda 5.50 -8.22 .04 .08
 Ariel -12.99 -6.12 .03 .01
 Umbriel 20.22 1.10 .03 -.01
 Titania -30.76 13.01 .02 .03
 Oberon -36.79 -24.05 .03 .04

643 1984 6 11.06270
 Miranda 5.02 -8.56 .05 .04
 Ariel -13.23 -5.66 .00 .03
 Umbriel 20.20 .71 -.01 .01
 Titania -30.67 13.31 -.02 .03
 Oberon -36.97 -23.83 .01 .02

648 1984 6 11.10690
 Miranda 3.35 -9.21 .12 .15
 Ariel -13.69 -4.05 .11 .13
 Umbriel 20.31 -.56 .08 .10
 Titania -30.18 14.33 .06 .09
 Oberon -37.41 -22.98 .06 .10

653 1984 6 11.14170
 Miranda 1.82 -9.57 .05 .12
 Ariel -14.08 -2.89 .05 .07
 Umbriel 20.25 -1.65 .07 .07
 Titania -29.83 15.08 .05 .09
 Oberon -37.75 -22.38 .10 .07

654 1984 6 11.14860
 Miranda 1.54 -9.86 .07 -.13
 Ariel -14.15 -2.71 .03 .01
 Umbriel 20.22 -1.95 .05 -.02
 Titania -29.77 15.15 .04 .02
 Oberon -37.89 -22.31 .04 .02

1102 1987 6 19.05970
 Miranda -9.72 -.28 .03 .11
 Ariel 13.57 -4.44 -.02 .06
 Umbriel 13.00 -14.84 -.03 .05
 Titania .28 -32.62 .02 .05
 Oberon -19.60 -39.43 .04 .05

1103 1987 6 19.06740

Miranda -9.45 -.03 .30 .03
Ariel 13.62 -4.74 .13 .01
Umbriel 12.98 -15.01 .12 .03
Titania .23 -32.65 .15 .02
Oberon -19.62 -39.42 .16 -.01

1104 1987 6 19.07430

Miranda -9.70 .25 .04 .01
Ariel 13.36 -4.97 -.04 .02
Umbriel 12.66 -15.15 -.04 .03
Titania -.09 -32.65 .00 .03
Oberon -19.90 -39.35 .01 .01

1105 1987 6 19.10240

Miranda -9.76 1.55 -.17 .12
Ariel 12.91 -5.85 -.09 .07
Umbriel 11.90 -15.66 -.12 .06
Titania -.79 -32.61 -.04 .07
Oberon -20.47 -39.03 -.05 .07

1106 1987 6 19.11110

Miranda -9.53 1.88 -.01 .08
Ariel 12.83 -6.12 -.04 .08
Umbriel 11.77 -15.79 -.04 .08
Titania -.95 -32.60 .01 .08
Oberon -20.56 -38.95 .01 .08

1107 1987 6 19.12080

Miranda -9.40 2.16 .02 -.04
Ariel 12.69 -6.45 -.02 .06
Umbriel 11.56 -15.99 -.01 .06
Titania -1.16 -32.64 .03 .04
Oberon -20.73 -38.90 .02 .04

1109 1987 6 19.14860

Miranda -9.07 3.37 -.03 .03
Ariel 12.22 -7.38 .01 -.01
Umbriel 10.88 -16.53 .01 .00
Titania -1.82 -32.64 .02 .01
Oberon -21.22 -38.66 .03 .01

1110 1987 6 19.15830

Miranda -8.87 3.69 .00 -.03
Ariel 12.03 -7.69 .01 -.02
Umbriel 10.65 -16.71 .04 -.02
Titania -2.03 -32.66 .05 -.01
Oberon -21.35 -38.57 .08 .01

1111 1987 6 19.16600

Miranda -8.61 4.05 .12 .03
Ariel 12.00 -7.84 .14 .06
Umbriel 10.58 -16.76 .16 .06
Titania -2.10 -32.59 .16 .06
Oberon -21.41 -38.44 .16 .06

1112 1987 6 19.18470
 Miranda -8.32 4.81 .02 .07
 Ariel 11.50 -8.35 .02 .09
 Umbriel 9.97 -17.00 .04 .11
 Titania -2.66 -32.52 .04 .09
 Oberon -21.83 -38.22 .07 .10

1113 1987 6 19.19440
 Miranda -7.89 5.05 .22 -.05
 Ariel 11.47 -8.71 .21 .01
 Umbriel 9.90 -17.27 .23 .00
 Titania -2.72 -32.59 .21 .01
 Oberon -21.85 -38.21 .22 .01

1119 1987 6 20.06110
 Miranda 2.69 -9.07 .03 .10
 Ariel -13.60 -4.47 .08 .07
 Umbriel -14.45 -13.75 .09 .07
 Titania -21.45 -24.98 .09 .07
 Oberon -35.15 -26.70 .09 .08

1120 1987 6 20.06940
 Miranda 2.29 -9.12 -.02 .14
 Ariel -13.72 -4.20 .04 .06
 Umbriel -14.67 -13.59 .05 .05
 Titania -21.64 -24.88 .05 .04
 Oberon -35.29 -26.60 .06 .05

1121 1987 6 20.07850
 Miranda 2.13 -9.26 .20 .09
 Ariel -13.70 -3.95 .15 .00
 Umbriel -14.76 -13.45 .14 -.01
 Titania -21.70 -24.79 .15 .00
 Oberon -35.29 -26.49 .17 .01

1122 1987 6 20.08680
 Miranda 1.52 -9.22 -.06 .21
 Ariel -13.94 -3.58 -.02 .09
 Umbriel -15.09 -13.16 -.02 .09
 Titania -22.00 -24.57 -.01 .09
 Oberon -35.55 -26.28 .01 .08

1123 1987 6 20.09580
 Miranda 1.19 -9.43 .00 .06
 Ariel -13.96 -3.30 .04 .05
 Umbriel -15.21 -13.00 .04 .05
 Titania -22.09 -24.47 .06 .05
 Oberon -35.60 -26.16 .07 .06

1124 1987 6 20.10560
 Miranda .82 -9.35 .06 .20
 Ariel -13.99 -2.95 .08 .06
 Umbriel -15.35 -12.76 .08 .06
 Titania -22.24 -24.29 .08 .08
 Oberon -35.70 -25.98 .09 .08

1125 1987 6 20.11320

Miranda	.46	-9.35	.02	.23
Ariel	-14.07	-2.67	.05	.08
Umbriel	-15.54	-12.57	.04	.08
Titania	-22.39	-24.16	.07	.08
Oberon	-35.81	-25.85	.06	.08

1126 1987 6 20.12850

Miranda	-.15	-9.48	.08	.12
Ariel	-14.21	-2.15	.00	.06
Umbriel	-15.87	-12.23	.00	.05
Titania	-22.70	-23.95	.01	.05
Oberon	-36.05	-25.62	.01	.06

1127 1987 6 20.13750

Miranda	-.51	-9.51	.11	.09
Ariel	-14.18	-1.84	.06	.04
Umbriel	-15.95	-12.01	.08	.05
Titania	-22.78	-23.82	.10	.04
Oberon	-36.09	-25.49	.08	.05

1128 1987 6 20.14580

Miranda	-.87	-9.45	.11	.12
Ariel	-14.22	-1.57	.06	.02
Umbriel	-16.08	-11.83	.10	.04
Titania	-22.92	-23.69	.09	.03
Oberon	-36.11	-25.36	.15	.03

1129 1987 6 20.15450

Miranda	-1.34	-9.40	.01	.13
Ariel	-14.28	-1.27	.02	.02
Umbriel	-16.31	-11.64	.03	.02
Titania	-23.12	-23.56	.04	.02
Oberon	-36.34	-25.23	.02	.02

1130 1987 6 20.16010

Miranda	-1.51	-9.47	.08	.04
Ariel	-14.29	-1.08	.03	.01
Umbriel	-16.38	-11.53	.05	-.01
Titania	-23.22	-23.50	.03	-.02
Oberon	-36.38	-25.16	.05	.00

1131 1987 6 20.16670

Miranda	-1.82	-9.50	.05	-.03
Ariel	-14.31	-.86	.02	-.01
Umbriel	-16.51	-11.37	.03	-.01
Titania	-23.32	-23.38	.04	.00
Oberon	-36.46	-25.06	.04	-.01

1132 1987 6 20.17430

Miranda	-2.14	-9.36	.06	.05
Ariel	-14.29	-.53	.05	.04
Umbriel	-16.61	-11.13	.07	.03
Titania	-23.44	-23.21	.05	.04
Oberon	-36.54	-24.87	.05	.05

1133 1987 6 20.17990

Miranda -2.50 -9.37 -.07 -.01
Ariel -14.38 -.36 -.04 .02
Umbriel -16.76 -11.01 .00 .02
Titania -23.58 -23.15 .00 .01
Oberon -36.67 -24.81 -.03 .02

1145 1987 7 15.03680

Miranda 6.96 6.84 .01 .00
Ariel -9.12 -11.00 .04 .02
Umbriel -16.57 -11.04 .05 .01
Titania 3.47 -32.19 .05 .02
Oberon -.98 -43.46 .07 .03

1148 1987 7 15.07150

Miranda 7.94 5.74 .03 .00
Ariel -10.01 -10.19 .06 .02
Umbriel -17.10 -10.15 .07 .02
Titania 2.66 -32.31 .07 -.01
Oberon -1.68 -43.48 .08 .00

1151 1987 7 15.09170

Miranda 8.38 5.06 .00 .01
Ariel -10.54 -9.66 .03 .04
Umbriel -17.43 -9.60 .04 .04
Titania 2.17 -32.32 .05 .02
Oberon -2.11 -43.46 .06 .01

1144 1987 7 15.01390

Miranda 6.19 7.48 -.03 -.01
Ariel -8.52 -11.48 .00 .04
Umbriel -16.23 -11.59 .00 .02
Titania 3.98 -32.13 .02 .02
Oberon -.56 -43.47 .03 .02

1146 1987 7 15.04240

Miranda 7.12 6.72 .00 .03
Ariel -9.29 -10.84 .03 .05
Umbriel -16.66 -10.87 .05 .04
Titania 3.33 -32.20 .04 .02
Oberon -1.11 -43.46 .05 .03

1149 1987 7 15.07570

Miranda 8.04 5.61 .02 .01
Ariel -10.13 -10.09 .05 .01
Umbriel -17.18 -10.05 .05 .02
Titania 2.55 -32.32 .05 -.01
Oberon -1.78 -43.50 .07 -.02

1152 1987 7 15.09720

Miranda 8.46 4.85 -.04 .01
Ariel -10.70 -9.52 .00 .03
Umbriel -17.52 -9.49 .03 .01
Titania 2.02 -32.33 .03 .02
Oberon -2.24 -43.47 .04 .00

1153 1987 7 15.10280
 Miranda 8.71 4.61 .09 -.03
 Ariel -10.76 -9.41 .08 -.01
 Umbriel -17.53 -9.37 .10 -.02
 Titania 1.96 -32.37 .10 -.02
 Oberon -2.28 -43.49 .11 -.03

1154 1987 7 15.11390
 Miranda 8.89 4.16 .06 -.06
 Ariel -11.09 -9.14 .00 -.04
 Umbriel -17.76 -9.09 .02 -.03
 Titania 1.62 -32.42 .02 -.04
 Oberon -2.59 -43.49 .04 -.04

1155 1987 7 15.11880
 Miranda 8.98 3.98 .07 -.05
 Ariel -11.16 -8.96 .04 .01
 Umbriel -17.77 -8.91 .08 .01
 Titania 1.56 -32.38 .07 .01
 Oberon -2.63 -43.47 .09 -.03

1158 1987 7 15.13890
 Miranda 9.22 3.22 -.01 -.03
 Ariel -11.62 -8.37 .01 .03
 Umbriel -18.08 -8.36 .03 .02
 Titania 1.05 -32.39 .04 .02
 Oberon -3.08 -43.42 .05 .00

1159 1987 7 15.14580
 Miranda 9.40 2.94 .08 -.03
 Ariel -11.73 -8.20 .04 .00
 Umbriel -18.14 -8.20 .05 -.01
 Titania .90 -32.41 .05 .00
 Oberon -3.20 -43.43 .07 -.02

1161 1987 7 15.15970
 Miranda 9.42 2.33 -.05 -.08
 Ariel -12.04 -7.80 .00 -.01
 Umbriel -18.34 -7.83 .02 -.02
 Titania .53 -32.44 .02 -.01
 Oberon -3.52 -43.42 .03 -.02

1169 1987 7 15.97430
 Miranda -9.39 2.11 .00 -.02
 Ariel -1.45 14.23 .02 .10
 Umbriel -13.17 14.76 .05 .10
 Titania -17.66 -27.45 .05 .08
 Oberon -19.39 -39.16 .06 .07

1170 1987 7 15.97780
 Miranda -9.29 2.31 .07 .03
 Ariel -1.33 14.24 .01 .10
 Umbriel -13.13 14.79 .01 .07
 Titania -17.73 -27.42 .06 .06
 Oberon -19.45 -39.14 .07 .06

1171 1987 7 15.98130
 Miranda -9.45 2.52 -.13 .10
 Ariel -1.28 14.21 -.06 .05
 Umbriel -13.11 14.83 -.04 .04
 Titania -17.86 -27.42 -.01 .02
 Oberon -19.59 -39.15 -.01 .02

1176 1987 7 16.07920
 Miranda -7.25 6.03 .06 -.05
 Ariel 2.30 14.08 .04 .00
 Umbriel -10.67 16.59 .03 .01
 Titania -19.70 -26.16 .05 -.01
 Oberon -21.29 -38.27 .05 -.01

1177 1987 7 16.08260
 Miranda -7.17 6.21 .05 .01
 Ariel 2.41 14.06 .03 .00
 Umbriel -10.58 16.64 .04 .00
 Titania -19.73 -26.13 .07 -.03
 Oberon -21.32 -38.24 .08 -.01

1178 1987 7 16.08680
 Miranda -7.04 6.31 .05 -.02
 Ariel 2.54 14.02 .02 -.02
 Umbriel -10.49 16.70 .02 -.01
 Titania -19.83 -26.08 .05 -.04
 Oberon -21.42 -38.22 .05 -.03

1179 1987 7 16.09100
 Miranda -6.91 6.43 .06 -.03
 Ariel 2.72 14.02 .05 .01
 Umbriel -10.37 16.78 .03 .00
 Titania -19.93 -25.99 .04 -.01
 Oberon -21.51 -38.15 .04 -.01

1180 1987 7 16.09440
 Miranda -6.86 6.56 .00 -.01
 Ariel 2.81 14.01 .02 .02
 Umbriel -10.28 16.84 .03 .01
 Titania -19.99 -25.93 .04 .00
 Oberon -21.57 -38.12 .04 -.01

1182 1987 7 16.10140
 Miranda -6.58 6.73 .06 -.04
 Ariel 3.06 13.95 .02 .00
 Umbriel -10.10 16.94 .04 .00
 Titania -20.12 -25.86 .04 -.03
 Oberon -21.68 -38.06 .06 -.02

1183 1987 7 16.10490
 Miranda -6.47 6.89 .07 .01
 Ariel 3.17 13.92 .02 .00
 Umbriel -10.01 17.00 .03 .00
 Titania -20.18 -25.81 .04 -.02
 Oberon -21.76 -38.03 .04 -.02

1184 1987 7 16.10970
 Miranda -6.34 6.98 .04 -.05
 Ariel 3.34 13.88 .01 -.01
 Umbriel -9.89 17.07 .03 .00
 Titania -20.28 -25.74 .03 -.02
 Oberon -21.86 -37.99 .03 -.03

1185 1987 7 16.11670
 Miranda -6.11 7.17 .04 -.05
 Ariel 3.56 13.85 .00 .02
 Umbriel -9.74 17.19 .00 .01
 Titania -20.42 -25.63 .02 -.01
 Oberon -21.99 -37.90 .02 -.01

1191 1987 7 16.96740
 Miranda .49 -9.51 -.03 .00
 Ariel 10.02 -10.04 .01 -.02
 Umbriel 13.90 14.42 -.03 -.01
 Titania -31.42 -9.49 -.01 -.02
 Oberon -34.88 -26.73 -.01 -.02

1192 1987 7 16.97080
 Miranda .46 -9.46 .10 .06
 Ariel 9.93 -10.13 .01 -.03
 Umbriel 14.00 14.35 -.01 -.01
 Titania -31.43 -9.41 .00 -.02
 Oberon -34.92 -26.66 .00 -.01

1193 1987 7 16.97430
 Miranda .11 -9.61 -.10 -.09
 Ariel 9.78 -10.19 -.06 .00
 Umbriel 14.00 14.29 -.09 .01
 Titania -31.50 -9.33 -.05 -.02
 Oberon -35.00 -26.60 -.04 .00

1198 1987 7 17.06390
 Miranda -3.55 -8.96 .01 -.02
 Ariel 7.32 -12.13 .04 -.01
 Umbriel 15.90 12.29 .04 .00
 Titania -31.93 -7.30 .04 -.01
 Oberon -35.98 -25.14 .04 .00

1199 1987 7 17.06740
 Miranda -3.65 -8.85 .06 .04
 Ariel 7.23 -12.17 .05 .02
 Umbriel 15.96 12.24 .04 .03
 Titania -31.94 -7.19 .05 .02
 Oberon -36.00 -25.05 .06 .03

1200 1987 7 17.07080
 Miranda -3.77 -8.82 .08 .01
 Ariel 7.12 -12.25 .05 .00
 Umbriel 16.02 12.14 .03 .02
 Titania -31.95 -7.12 .05 .00
 Oberon -36.04 -25.00 .06 .02

1201 1987 7 17.07430
 Miranda -3.97 -8.76 .02 .02
 Ariel 6.99 -12.31 .03 .01
 Umbriel 16.07 12.05 .03 .01
 Titania -31.98 -7.05 .04 -.01
 Oberon -36.10 -24.95 .05 .01

1202 1987 7 17.07920
 Miranda -4.06 -8.67 .12 .03
 Ariel 6.88 -12.37 .07 .03
 Umbriel 16.21 11.96 .07 .04
 Titania -31.97 -6.90 .07 .03
 Oberon -36.13 -24.85 .07 .03

1204 1987 7 17.09170
 Miranda -4.53 -8.38 .13 .08
 Ariel 6.48 -12.57 .06 .04
 Umbriel 16.43 11.68 .08 .05
 Titania -32.04 -6.63 .06 .02
 Oberon -36.29 -24.66 .05 .02

1205 1987 7 17.09790
 Miranda -4.75 -8.30 .14 .04
 Ariel 6.28 -12.65 .06 .06
 Umbriel 16.54 11.55 .08 .08
 Titania -32.06 -6.47 .07 .04
 Oberon -36.35 -24.55 .07 .02

1210 1987 7 17.99240
 Miranda 9.29 2.25 -.22 .09
 Ariel -14.02 2.88 -.09 .05
 Umbriel 14.43 -13.22 -.11 .06
 Titania -29.47 13.95 -.09 .04
 Oberon -43.15 -7.90 -.08 .05

1212 1987 7 18.00490
 Miranda 9.46 1.73 -.15 .09
 Ariel -13.90 3.28 -.07 .02
 Umbriel 14.18 -13.51 -.10 .04
 Titania -29.33 14.21 -.09 .04
 Oberon -43.19 -7.68 -.08 .02

1213 1987 7 18.01110
 Miranda 9.40 1.47 -.25 .09
 Ariel -13.87 3.50 -.09 .02
 Umbriel 14.05 -13.64 -.10 .06
 Titania -29.27 14.35 -.09 .05
 Oberon -43.23 -7.54 -.10 .04

1215 1987 7 18.02360
 Miranda 9.59 .90 -.11 .04
 Ariel -13.68 3.91 -.02 .01
 Umbriel 13.87 -13.95 -.01 .01
 Titania -29.08 14.56 -.03 .00
 Oberon -43.20 -7.32 -.03 .01

1216 1987 7 18.02990

Miranda 9.51 .66 -.21 .07
Ariel -13.64 4.15 -.05 .03
Umbriel 13.68 -14.04 -.06 .05
Titania -29.04 14.72 -.06 .03
Oberon -43.25 -7.16 -.06 .04

1217 1987 7 18.03610

Miranda 9.63 .38 -.09 .05
Ariel -13.51 4.35 .01 .02
Umbriel 13.63 -14.18 .03 .05
Titania -28.91 14.84 .00 .01
Oberon -43.20 -7.06 .01 .01

1218 1987 7 18.05000

Miranda 9.54 -.03 -.16 .23
Ariel -13.43 4.67 -.07 -.12
Umbriel 13.37 -14.41 .08 .10
Titania -28.85 15.04 -.09 -.07
Oberon -43.27 -6.87 -.02 -.08

1220 1987 7 18.05900

Miranda 9.58 -.54 -.10 .09
Ariel -13.27 5.15 -.03 .05
Umbriel 13.05 -14.61 -.04 .08
Titania -28.70 15.34 -.04 .05
Oberon -43.31 -6.57 -.03 .05

1221 1987 7 18.06600

Miranda 9.43 -.84 -.21 .09
Ariel -13.20 5.35 -.06 .02
Umbriel 12.87 -14.78 -.06 .05
Titania -28.65 15.46 -.08 .02
Oberon -43.37 -6.45 -.08 .02

1222 1987 7 18.07220

Miranda 9.31 -1.16 -.30 .03
Ariel -13.19 5.57 -.13 .04
Umbriel 12.67 -14.88 -.11 .07
Titania -28.64 15.58 -.14 .02
Oberon -43.45 -6.32 -.14 .03

1223 1987 7 18.07850

Miranda 9.25 -1.43 -.32 .02
Ariel -13.11 5.75 -.15 .01
Umbriel 12.51 -15.04 -.13 .03
Titania -28.55 15.70 -.13 .00
Oberon -43.46 -6.22 -.13 .00

1228 1987 7 18.97100

Miranda -5.17 7.90 .03 -.01
Ariel 12.67 6.80 .04 -.05
Umbriel -12.28 -15.67 .05 -.06
Titania -13.08 29.55 .02 -.05
Oberon -41.84 11.63 .04 -.05

1230 1987 7 18.98400

Miranda -4.62 8.11 .09 -.09
Ariel 12.92 6.39 .08 -.06
Umbriel -12.51 -15.43 .12 -.07
Titania -12.76 29.65 .05 -.07
Oberon -41.74 11.87 .07 -.06

1231 1987 7 18.99030

Miranda -4.39 8.22 .09 -.11
Ariel 12.99 6.18 .05 -.07
Umbriel -12.69 -15.34 .08 -.09
Titania -12.65 29.71 .03 -.07
Oberon -41.73 11.99 .04 -.06

1232 1987 7 18.99650

Miranda -4.18 8.30 .05 -.16
Ariel 13.08 6.00 .05 -.05
Umbriel -12.86 -15.19 .06 -.06
Titania -12.52 29.79 .02 -.05
Oberon -41.70 12.13 .03 -.04

1233 1987 7 19.00280

Miranda -3.93 8.41 .06 -.17
Ariel 13.15 5.78 .03 -.07
Umbriel -13.04 -15.09 .03 -.08
Titania -12.40 29.82 .01 -.08
Oberon -41.68 12.22 .01 -.07

1234 1987 7 19.00900

Miranda -3.65 8.53 .09 -.16
Ariel 13.24 5.58 .03 -.07
Umbriel -13.16 -14.98 .04 -.09
Titania -12.27 29.88 .00 -.08
Oberon -41.64 12.35 .02 -.07

1235 1987 7 19.01530

Miranda -3.49 8.72 .00 -.08
Ariel 13.27 5.38 -.02 -.06
Umbriel -13.35 -14.83 -.01 -.07
Titania -12.17 29.94 -.04 -.07
Oberon -41.64 12.48 -.02 -.06

1236 1987 7 19.02150

Miranda -3.13 8.79 .10 -.11
Ariel 13.46 5.20 .09 -.05
Umbriel -13.38 -14.70 .11 -.06
Titania -11.95 30.00 .05 -.07
Oberon -41.50 12.60 .08 -.05

1237 1987 7 19.02780

Miranda -2.96 8.66 .02 -.32
Ariel 13.56 5.01 .11 -.02
Umbriel -13.48 -14.56 .15 -.06
Titania -11.78 30.08 .08 -.04
Oberon -41.44 12.73 .10 -.04

1238 1987 7 19.03400
 Miranda -2.63 8.98 .09 -.08
 Ariel 13.57 4.77 .04 -.06
 Umbriel -13.71 -14.44 .05 -.06
 Titania -11.72 30.11 .01 -.06
 Oberon -41.46 12.84 .05 -.05

1239 1987 7 19.04030
 Miranda -2.35 9.01 .12 -.13
 Ariel 13.69 4.55 .10 -.07
 Umbriel -13.77 -14.33 .12 -.08
 Titania -11.53 30.15 .06 -.08
 Oberon -41.38 12.94 .08 -.08

1240 1987 7 19.04650
 Miranda -2.22 9.02 -.02 -.20
 Ariel 13.62 4.26 -.04 -.15
 Umbriel -14.06 -14.25 -.03 -.13
 Titania -11.51 30.14 -.06 -.14
 Oberon -41.47 13.01 -.05 -.13

1241 1987 7 19.05280
 Miranda -1.87 9.16 .07 -.11
 Ariel 13.73 4.14 .00 -.06
 Umbriel -14.14 -14.06 .03 -.07
 Titania -11.32 30.27 .00 -.07
 Oberon -41.38 13.20 .00 -.06

1242 1987 7 19.06040
 Miranda -1.53 9.25 .09 -.09
 Ariel 13.85 3.89 .05 -.05
 Umbriel -14.24 -13.88 .08 -.06
 Titania -11.12 30.35 .02 -.05
 Oberon -41.30 13.36 .03 -.05

1243 1987 7 19.06670
 Miranda -1.31 9.29 .04 -.10
 Ariel 13.91 3.69 .06 -.04
 Umbriel -14.38 -13.72 .07 -.03
 Titania -10.96 30.41 .04 -.04
 Oberon -41.25 13.48 .04 -.05

1245 1987 7 19.07920
 Miranda -.73 9.43 .09 -.03
 Ariel 13.98 3.28 .02 -.02
 Umbriel -14.66 -13.43 .05 -.01
 Titania -10.72 30.54 .00 -.01
 Oberon -41.22 13.75 -.01 -.02

1246 1987 7 19.08610
 Miranda -.44 9.42 .07 -.07
 Ariel 14.06 3.04 .05 -.02
 Umbriel -14.76 -13.30 .09 -.03
 Titania -10.55 30.57 .03 -.03
 Oberon -41.12 13.87 .04 -.03

1247 1987 7 19.09240
 Miranda -.36 9.43 -.11 -.08
 Ariel 13.95 2.81 -.11 -.04
 Umbriel -15.07 -13.17 -.10 -.04
 Titania -10.55 30.62 -.12 -.03
 Oberon -41.23 13.99 -.11 -.03

1332 1988 7 29.97430
 Miranda -6.57 -6.74 .27 .11
 Ariel -13.78 -.17 .22 .14
 Umbriel -8.57 -17.53 .22 .14
 Titania 32.07 3.81 .19 .15
 Oberon -41.05 11.13 .19 .13

1333 1988 7 29.98060
 Miranda -6.83 -6.49 .19 .17
 Ariel -13.85 .03 .15 .12
 Umbriel -8.81 -17.45 .15 .14
 Titania 32.02 3.64 .12 .13
 Oberon -41.05 11.26 .15 .13

1334 1988 7 29.98680
 Miranda -6.97 -6.29 .22 .19
 Ariel -13.85 .27 .15 .13
 Umbriel -8.95 -17.38 .17 .12
 Titania 32.06 3.48 .15 .11
 Oberon -41.03 11.37 .14 .12

1335 1988 7 29.99340
 Miranda -7.24 -6.08 .13 .18
 Ariel -13.85 .52 .14 .16
 Umbriel -9.15 -17.26 .15 .15
 Titania 32.01 3.36 .09 .14
 Oberon -40.99 11.52 .13 .14

1336 1988 7 30.00030
 Miranda -7.41 -6.06 .14 -.02
 Ariel -13.96 .69 .01 .09
 Umbriel -9.48 -17.24 .00 .08
 Titania 31.92 3.10 -.01 .05
 Oberon -41.06 11.58 .03 .07

1337 1988 7 30.00730
 Miranda -7.73 -5.79 .00 .03
 Ariel -13.99 .92 -.03 .07
 Umbriel -9.66 -17.16 -.01 .06
 Titania 31.89 2.92 -.06 .03
 Oberon -41.06 11.69 -.02 .05

1338 1988 7 30.01420
 Miranda -7.93 -5.57 -.04 .01
 Ariel -13.91 1.17 .02 .07
 Umbriel -9.82 -17.08 .01 .05
 Titania 31.95 2.78 .00 .04
 Oberon -40.99 11.82 .01 .04

1339 1988 7 30.02360

Miranda -8.04 -5.26 .06 .00
Ariel -13.85 1.49 .05 .06
Umbriel -10.01 -16.95 .06 .03
Titania 31.98 2.55 .02 .04
Oberon -40.91 12.01 .04 .04

1340 1988 7 30.02990

Miranda -8.06 -4.96 .17 .08
Ariel -13.84 1.68 .02 .04
Umbriel -10.19 -16.86 .05 .03
Titania 31.97 2.39 .00 .02
Oberon -40.88 12.13 .03 .05

1341 1988 7 30.03650

Miranda -8.28 -4.79 .09 .01
Ariel -13.78 1.92 .05 .04
Umbriel -10.33 -16.75 .07 .03
Titania 32.00 2.25 .03 .03
Oberon -40.82 12.25 .05 .04

1342 1988 7 30.04270

Miranda -8.46 -4.52 .03 .05
Ariel -13.75 2.11 .04 .02
Umbriel -10.46 -16.64 .10 .05
Titania 32.01 2.10 .03 .02
Oberon -40.79 12.38 .04 .05

1366 1988 7 31.00690

Miranda 7.36 -5.62 .02 .05
Ariel 11.85 7.82 -.02 -.01
Umbriel -17.36 8.51 .00 .01
Titania 25.29 -19.02 -.01 .00
Oberon -31.02 29.05 -.02 .04

1368 1988 7 31.02020

Miranda 6.79 -5.97 -.18 .14
Ariel 12.00 7.46 -.11 .02
Umbriel -17.23 8.90 -.06 .05
Titania 25.04 -19.23 -.07 .03
Oberon -30.90 29.28 -.07 .06

1370 1988 7 31.03260

Miranda 6.49 -6.50 -.12 .00
Ariel 12.32 7.09 .00 .03
Umbriel -16.96 9.19 .04 .00
Titania 24.95 -19.47 .02 .03
Oberon -30.63 29.42 .02 .03

1373 1988 7 31.05210

Miranda 5.80 -6.91 -.19 .16
Ariel 12.52 6.49 -.11 .02
Umbriel -16.79 9.70 -.08 .00
Titania 24.56 -19.82 -.09 .03
Oberon -30.48 29.68 -.10 .01

1395 1988 7 31.99580
 Miranda 3.37 8.92 -.08 -.04
 Ariel -4.42 -13.43 .07 .00
 Umbriel 7.61 18.32 .01 -.01
 Titania 6.34 -31.35 .08 .00
 Oberon -14.56 40.08 .02 -.03

1396 1988 8 1.00140
 Miranda 3.64 8.94 -.02 .06
 Ariel -4.68 -13.32 .00 .05
 Umbriel 7.71 18.31 -.03 .05
 Titania 6.13 -31.34 -.01 .04
 Oberon -14.48 40.16 .00 .01

1397 1988 8 1.00760
 Miranda 3.81 8.72 -.10 -.07
 Ariel -4.88 -13.27 .00 .02
 Umbriel 7.87 18.19 -.05 .00
 Titania 6.00 -31.41 .01 -.01
 Oberon -14.38 40.19 -.03 -.01

1424 1988 8 1.97920
 Miranda -9.30 -.12 .14 .04
 Ariel -4.89 13.08 .01 .03
 Umbriel 18.64 -5.45 .02 .04
 Titania -15.67 -28.36 .04 .03
 Oberon 4.75 42.85 -.01 .02

1425 1988 8 1.99930
 Miranda -9.39 .65 -.01 -.05
 Ariel -4.25 13.34 -.01 .04
 Umbriel 18.43 -6.02 -.01 .05
 Titania -16.09 -28.13 .03 .05
 Oberon 5.14 42.82 -.02 .02

1426 1988 8 2.00630
 Miranda -8.99 .98 .35 .00
 Ariel -3.94 13.39 .06 .02
 Umbriel 18.43 -6.23 .07 .03
 Titania -16.16 -28.08 .09 .01
 Oberon 5.36 42.78 .07 .00

1427 1988 8 2.01910
 Miranda -9.06 1.49 .18 -.03
 Ariel -3.52 13.53 .05 .02
 Umbriel 18.28 -6.60 .05 .02
 Titania -16.45 -27.94 .06 .01
 Oberon 5.60 42.78 .05 .02

1428 1988 8 2.02920
 Miranda -8.99 1.93 .16 .00
 Ariel -3.17 13.66 .06 .05
 Umbriel 18.18 -6.85 .06 .06
 Titania -16.65 -27.81 .05 .02
 Oberon 5.77 42.77 .02 .04

1429 1988 8 2.03540

Miranda -8.88 2.10 .20 -.09
Ariel -2.94 13.62 .08 -.03
Umbriel 18.11 -7.11 .06 -.03
Titania -16.71 -27.81 .12 -.05
Oberon 5.90 42.67 .03 -.05

1430 1988 8 2.04240

Miranda -8.90 2.55 .09 .07
Ariel -2.75 13.69 .03 -.02
Umbriel 18.01 -7.25 .04 .01
Titania -16.92 -27.69 .05 -.01
Oberon 6.06 42.67 .05 -.03

1431 1988 8 2.04860

Miranda -8.82 2.74 .09 .01
Ariel -2.57 13.81 -.01 .05
Umbriel 17.88 -7.36 -.02 .07
Titania -17.07 -27.56 .01 .05
Oberon 6.10 42.73 -.03 .04

1432 1988 8 2.06010

Miranda -8.55 3.15 .19 -.04
Ariel -2.13 13.86 .04 .02
Umbriel 17.84 -7.66 .09 .09
Titania -17.19 -27.44 .12 .02
Oberon 6.37 42.69 .01 .03

1433 1988 8 2.06560

Miranda -8.66 3.59 -.01 .19
Ariel -1.99 13.91 -.01 .04
Umbriel 17.70 -7.86 .02 .04
Titania -17.37 -27.36 .05 .04
Oberon 6.45 42.67 -.02 .02

Anexo III

POSIÇÕES OBSERVADAS DO SATÉLITE TRITÃO DE NETUNO

A lista das 38 posições observadas do satélite Tritão é fornecida nas páginas seguintes.

Na primeira linha de cada conjunto de dados se encontra o número da placa (numeração do LNA), seguindo-se da data da observação : ano, mês, dia e fração em tempo universal. Nas linhas subsequentes é colocado o nome do satélite seguido de suas coordenadas ($\Delta\alpha\cos\delta$ e $\Delta\delta$) em relação a Netuno e dos respectivos resíduos (observado - calculado), dados em segundos de arco.

Em algumas placas foram feitas até três observações de Netuno. Então, para identificá-las, à numeração do LNA foi acrescentada as letras a,b e c, que se referem respectivamente, a primeira, segunda e terceira pose.

1115 1987 6 19.22740
Tritão -13.66 -3.47 -.05 -.02

1117 1987 6 19.23920
Tritão -13.74 -3.32 -.03 -.02

1135 1987 6 20.20000
Tritão -14.14 8.71 -.04 .02

1348 1988 7 30.10350
Tritão -9.68 11.63 -.07 .04

1352 1988 7 30.12080
Tritão -9.48 11.69 -.10 .02

1354 1988 7 30.12810
Tritão -9.32 11.73 -.05 .02

1378b 1988 7 31.09790
Tritão 6.41 9.71 -.09 -.05

1379c 1988 7 31.11350
Tritão 6.64 9.65 -.09 .04

1380b 1988 7 31.12050
Tritão 6.81 9.48 -.03 -.09

1381b 1988 7 31.13060
Tritão 6.88 9.49 -.12 .01

1116 1987 6 19.23440
Tritão -13.68 -3.39 -.01 -.03

1134 1987 6 20.19310
Tritão -14.20 8.65 -.05 .03

1136 1987 6 20.20760
Tritão -14.08 8.79 -.04 .02

1351 1988 7 30.11670
Tritão -9.57 11.63 -.14 -.02

1353 1988 7 30.12400
Tritão -9.39 11.71 -.06 .02

1378a 1988 7 31.09380
Tritão 6.55 9.73 .13 -.06

1379a 1988 7 31.10690
Tritão 6.66 9.61 .03 -.07

1380a 1988 7 31.11740
Tritão 6.85 9.47 .06 -.12

1381a 1988 7 31.12740
Tritão 6.96 9.43 .01 -.07

1382a 1988 7 31.13720
Tritão 7.08 9.32 -.02 -.10

1407a 1988 8 1.09060
Tritão 15.77 -2.06 -.14 .02

1408a 1988 8 1.09860
Tritão 15.89 -2.26 -.03 -.08

1409a 1988 8 1.10590
Tritão 15.91 -2.34 -.02 -.06

1411a 1988 7 32.11880
Tritão 15.90 -2.52 -.05 -.07

1412b 1988 8 1.12810
Tritão 15.91 -2.48 -.05 .09

1435b 1988 8 2.09100
Tritão 9.02 -11.77 .09 .04

1436b 1988 8 2.09860
Tritão 8.85 -11.76 .03 .09

1437b 1988 8 2.10520
Tritão 8.81 -11.85 .08 .03

1438b 1988 8 2.11280
Tritão 8.65 -11.90 .03 .00

1407b 1988 8 1.09440
Tritão 15.83 -2.11 -.09 .02

1408b 1988 8 1.10170
Tritão 15.91 -2.21 -.02 .02

1409b 1988 8 1.10900
Tritão 15.93 -2.37 -.01 -.05

1412a 1988 8 1.12530
Tritão 15.87 -2.52 -.09 .02

1435a 1988 8 2.08720
Tritão 8.85 -11.79 -.13 .02

1436a 1988 8 2.09550
Tritão 8.87 -11.82 .01 .01

1437a 1988 8 2.10210
Tritão 8.72 -11.84 -.05 .02

1438a 1988 8 2.10900
Tritão 8.60 -11.88 -.07 .01

1439a 1988 8 2.11670
Tritão 8.51 -11.90 -.05 .02

Bibliografia

BIBLIOGRAFIA

Alexander, A. F. (1965): "The Planet Uranus - A history of observation, Theory and Discovery". Faber and Faber - London.

Alden, H. L. (1942): "Observations of the Satellite of Neptune". Astron. J. 49, 70-72.

Alden, H. L. (1943): "Observations of the satellite of Neptune". Astron. J. 50, 110-111.

Assafin, M. (1990): "Astrometria de Radiofontes Extragaláticas com o Microdensitômetro PDS", Tese de Mestrado - Publicação Especial nº 14 do Observatório Nacional.

Auer, L. H., van Altena, W. F. (1978): "Digital Image Centering II". Astron. J. 83, 531.

Baker, H. Robert (1949): "Astronomy". D. van Nostrand Company, Inc.

- Bastian, U., Röser, S., Nesterov, V.V., Polozhentsev, D.D., Potter, Kh. I., Wielen, R., Yagudin, L.I., Yatskiv, Ya. S. (1991): "PPM South. A reference star catalogue for the southern hemisphere: preliminary version". *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **87**, 159
- Bevington, P. R. (1969): "Data Reduction and Error Analysis for The Physical Sciences". MacGraw- Hill Inc., New York, U.S.A.
- Brétagnon P. (1982): "Théorie du mouvement de l'ensemble des planètes. Solution VSOP82". *Astron. Astrophys.* **114**, 278- 288.
- Brower, D. and Clemence, G. M. (1961): "Methods of Celestial Mechanics". Academic Press, New York.
- C. Rité, L. A. N. da Costa, R. R. de Carvalho, M. A. Nunes, D. N. Júnior e P. S. S. Pellegrini (1987): "Utilização do Microdensitômetro PDS 1010A". *Publicação Especial nº 14 do Observatório Nacional.*
- Chiu, L. T. G. (1977): "Astrometric Techniques with a PDS microdensitometer". *Astron. J.* **85**, 1674.

Connaissance des Temps (1984): "Pub. Bureau des Longitudes". Gauthier-Villars,
Paris.

D. Pascu, P. K., Seidelmann, R. E., Schmidt, E. J., Santoro, J. L. Hershey
(1987): "Astrometric CCD Observations of Miranda:1981-1985". *Astron.
J.* 93, 963.

Dunham, D. W. (1971): "The Motion of the Satellites of Uranus". Ph.D
Dissertation, Yale University.

Eichelbreger, W. S., Newton, A. (1926): "The orbit of Neptune's satellite
and the pole of Neptune's equator". *Astron. Pap. Am. Ephem.* 9, 275.

Eichhorn, H. (1974): "Astronomy of star positions". Frederick Ungar Publishing
Co., New York.

Googe, D. W., Eichhorn, H., Lukac, C. F. (1970): "The overlap algorithm for
the reduction of photographic star catalogues". *Mon. Not. Astr. Soc.*
150, 35-44.

Harris, A. W. (1984): "Physical Properties of Neptune and Triton Inferred from the Orbit of Triton, in Uranus and Neptune". ed. J. T. Bergstrahl, Ed., NASA Conference Publication 2330.

Harris, D. L. (1949): "The Satellite System of Uranus". (Thesis, Chicago)

Hog, E., von der Heide, J. (1976): "Perth 70. A Catalogue of Positions of 24900 Stars". Hamburguer Sternwarte, 334p.

Jacobson, R. A. (1985): "Final Pre-Encounter Uranian Satellites Ephemerides for the Voyager Project". JPL Interoffice Memorandum, 314.6 - 593.

Jacobson, R., Reidel, J., Synott, S., Lewis, G., Owen, W., Roth, D. and Taylor, A. (1990): Jet Propulsion Lab, Pasadena, CA. "AIAA-90-2881 Ephemerides of the Major Neptunian Satellites Determined from Earth-Based Astrometric and Voyager Imaging Observations".

Jefferys, W. H. (1962): "On Computational Technique for Photographic Astrometry with Overlapping Plates". Astron. J. 68, 111-113.

Laskar, J. (1986): "A general theory for the Uranian satellites". Astron. Astrophys. 166. 349 - 358.

Laskar, J. and Jacobson, R. A. (1987): "GUST86. An analytical ephemeris of the Uranian satellites". *Astron. Astrophys.* 188, 212-224.

Lazzaro, D., Ferraz-Mello, S., Veillet, C. (1984): "The Laplacian resonance amongst Uranian inner satellites". *Astron. Astrophys.* 140, 33-38.

Lawson, C. L., Hanson, R. S. (1974): "Solving Least Squares Problems". Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

Podobed, V. V. (1965): "Fundamental Astronomy". The University of Chicago Press, Chicago and London.

Röser, S., Bastian, U. (1989): "PPM - Positions and proper motions of 181731 stars north of -2.5 degrees declination". *Astron. Rechen-Inst. Heidelberg.*

Skilling, W. T., Richardson, R. S. (1941): "Astronomy". Henry Holt and Company, Inc.

Smart, W. M. (1931): "Spherical Astronomy". Cambridge at the University Press.

Smith, B. A. et al. (1986): "Voyager 2 in the Uranian System: Imaging Science Results". Science, 1986 vol. 233, 43 - 233.

Smithsonian Astrophysical Observatory (1966): "SAO catalog". Publication of The Smithsonian Institute of Washington 4562, Washington D. C..

Spencer Jones, H. (1934): "General Astronomy". Edward Arnold & Co. - London.

Standish, E. M. Jr. (1990): "The observational basis for JPL's DE200, the planetary ephemerides of the Astronomical Almanac". Astron. Astrophys. 233,252-271.

Stone, E. C., Miner, E. D. (1989): "The Voyager 2 Encounter with the Neptunian System". Science, 1989 vol. 246, 1417-1497.

Stone, R. C. (1989): "A comparison of digital centering algorithms". Astron. J. 97, 1227.

Taff, G. L. (1981): "Computational Spherical Astronomy". A Wiley-Interscience Publication, New York.

van de Kamp, P. (1967): "Principles of Astrometry". W. H. Freeman, San Francisco.

Veiga, C. H. (1986): "Observações dos Satélites de Urano". Tese de Mestrado - Publicação Especial nº 4 do Observatório Nacional.

Veiga, C. H., Vieira Martins, R., Veillet, Ch., Lazzaro, D. (1987): "Position observations of the five greatest Uranian satellites and comparison with theory". *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* 70, 325 - 334.

Veillet, Ch. (1983): "De l'Observation et du Mouvement des Satellites d'Uranus. Doctorat d'Etat" - Université de Paris 6.

Walker, R. L. (1978): "Positions of Planets and Natural Satellites". *Astron. J.* 83, 838.

Whitaker, E. A., Greenberg, R. J. (1973): "Eccentricity and Inclination of Miranda's orbit. *Lunar Planetary Lab. Commun.* 194, 70.

*Todos os Interessados em Publicações do
Observatório Nacional. Devem Dirigir-se à*

*SCT - CNPq
Observatório Nacional
CID - SRG
r. Gal. Cristino, 77 - CP. 23002
20921 - São Cristovão, RJ
BRASIL
Telf. 5807313 - r. 285/271*